GMA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

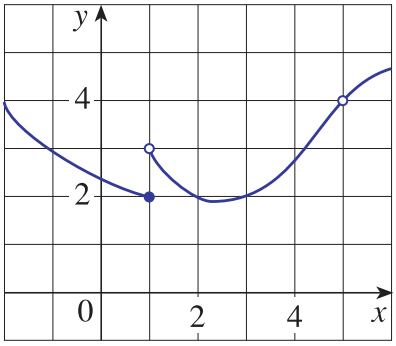
LISTA DE EXERCÍCIOS
Cálculo I –A–
Humberto José Bortolossi
http://www.professores.uff.br/hjbortol/

04

Limites e limites laterais

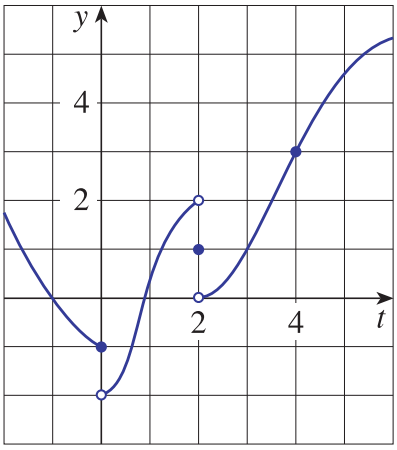
[01] Para a função f cujo gráfico é dado, determine o valor da quantidade indicada, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

(a) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$, (b) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$, (c) $\lim_{x\to 1} f(x)$, (d) $\lim_{x\to 5} f(x)$.



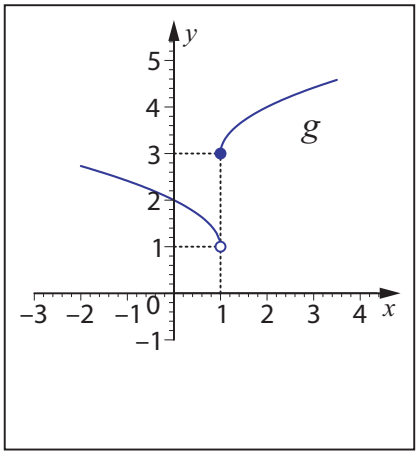
[02] Para a função g cujo gráfico é dado, determine o valor da quantidade indicada, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

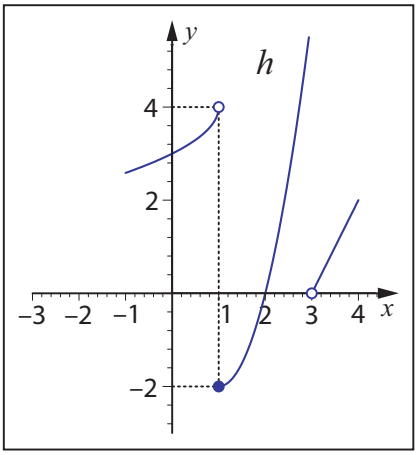
(a) $\lim_{t\to 0^-} g(t)$, (b) $\lim_{t\to 0^+} g(t)$, (c) $\lim_{t\to 0} g(t)$, (d) $\lim_{t\to 2^-} g(t)$,
(e) $\lim_{t\to 2^+} g(t)$, (f) $\lim_{t\to 2} g(t)$, (g) $\lim_{t\to 4} g(t)$.



[03] Esboce o gráfico de uma função f que satisfaz as seguintes condições: $\lim_{x\to 3^+} f(x) = 4$, $\lim_{x\to 3^-} f(x) = 2$, $\lim_{x\to -2} f(x) = 2$, $f(3) = 3$ e $f(-2) = 1$.

[04] Os gráficos de g e h são dados na figura a seguir. Ache os limites laterais de $f(x) = (h \circ g)(x)$ no ponto $x = 1$.





[05] Dê um exemplo no qual $\lim_{x\to 0} |f(x)|$ existe, mas $\lim_{x\to 0} f(x)$ não existe.

[06] Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função tal que $f(x) > 0$ para todo $x \neq 2$ e $f(2) = -3$. Verifique se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas. Caso seja verdadeira, apresente uma justificativa. Caso seja falsa, apresente um contra-exemplo.

(a) $\lim_{x\to 2} f(x)$ não existe. (b) $\lim_{x\to 2} f(x) = -3$. (c) Se existir, $\lim_{x\to 2} f(x)$ é positivo.

[07] Sabe-se que $\lim_{x\to 2} f(x) = 5$ e f é definida em $\mathbb{R}$. Todas as afirmativas abaixo são falsas. Tente desenhar um contra-exemplo para cada uma delas.

(a) $f(x) > 0$ para $x \in (1, 3)$. (b) $f(2) = 5$. (c) $f(2)$ é positivo.

[08] Para cada uma das funções abaixo, calcule os limites $\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ e $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$.

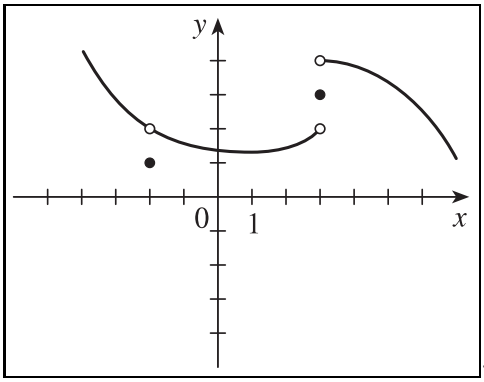
(a) $f(x) = x^2$, (b) $f(x) = x^3$, (c) $f(x) = \sqrt{x}$, (d) $f(x) = 1/x$.

Respostas dos Exercícios

[01] (a) 2, (b) 3, (c) não existe, pois os limites laterais $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ são diferentes, (d) 4.

[02] (a) -1, (b) -2, (c) não existe, pois os limites laterais $\lim_{t\to 0^-} g(t)$ e $\lim_{t\to 0^+} g(t)$ são diferentes, (d) 2, (e) 0, (f) não existe, pois os limites laterais $\lim_{t\to 2^-} g(t)$ e $\lim_{t\to 2^+} g(t)$ são diferentes, (g) 3.

[03] O esboço do gráfico de f é dado na figura a seguir.

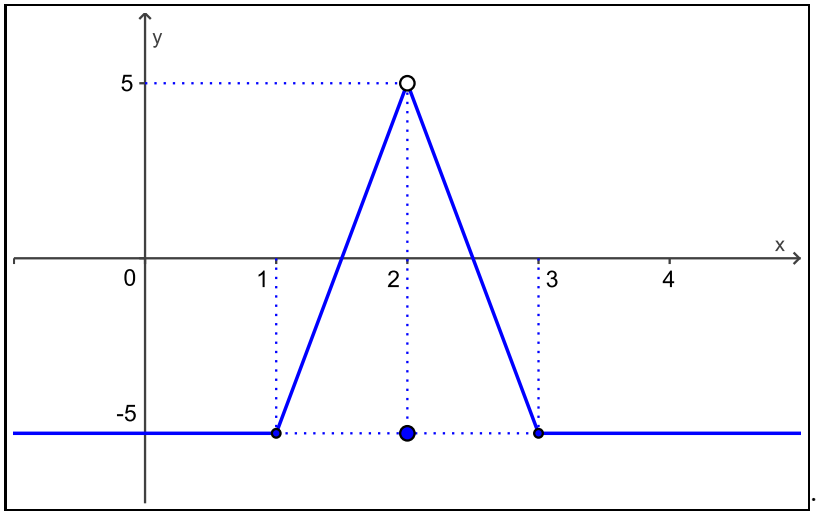


[04] $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -2$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 0$.

[05] $f(x) = \dfrac{x}{|x|} = \begin{cases} -1, & \text{se } x < 0, \\ +1, & \text{se } x > 0. \end{cases}$

[06] Todas as sentenças são falsas. A função $f(x) = \begin{cases} |x-2|, & \text{se } x \neq 2, \\ -3, & \text{se } x = 2, \end{cases}$ é um contra-exemplo que serve para as três afirmativas.

[07] A função cujo gráfico é dado a seguir é um contra-exemplo que serve para as três afirmativas.



[08] (a) Os dois limites são iguais a 2. (b) Os dois limites são iguais a 3. (c) Os dois limites são iguais a 1/2. (d) Os dois limites são iguais a -1.

Texto composto em LaTeX2e, HJB, 18/08/2008.