Integrais indefinidas e problemas de valor inicial

[01] Calcule as integrais indefinidas dadas abaixo.

(a) $\displaystyle\int \left((\sqrt[3]{t}\,)^2 - 2 \right) dt,$

(b) $\displaystyle\int \frac{x - \sqrt{x}}{3}\, dx,$

(c) $\displaystyle\int \left(\frac{3}{x^2} - 1 \right) dx\ ,$

(d) $\displaystyle\int \sqrt{\frac{2}{x}}\, dx,$

(e) $\displaystyle\int (2 - s)\sqrt{s}\ ds\ ,$

(f) $\displaystyle\int \frac{x^9 - x^3}{x^4}\, dx,$

(g) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(2\theta)}{\cos(\theta)}\, d\theta,$

(h) $\displaystyle\int \frac{\cos(x)}{1 - \cos^2(x)}\, dx,$

(i) $\displaystyle\int \operatorname{tg}^2(u)\ du\ ,$

(j) $\displaystyle\int \left(1 + x^2 + \frac{1}{1 + x^2} \right)\ dx,$

(k) $\displaystyle\int \frac{e^{2x} - 3e^x}{e^x}\ dx\ ,$

(l) $\displaystyle\int \frac{x^2}{1 + x^2}\, dx,$

(m) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1 - x^2}}{1 - x^2}\, dx,$

(n) $\displaystyle\int \frac{1}{1 + \operatorname{senh}^2(y)}\, dy,$

(o) $\displaystyle\int \left(e^t - e^{-t} \right)\ dt\ ,$

(p) $\displaystyle\int x \left(1 - \operatorname{tgh}^2(x) \right) \cosh^2(x)\ dx.$

[02] Resolva os problemas de valor inicial dados abaixo.

(a) $\begin{cases} y' = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x^3}, \\ y(1) = 3/2. \end{cases}$

(b) $\begin{cases} y' = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^3}, \\ y(1) = 2. \end{cases}$

(c) $\begin{cases} f'(x) = 2\cos(x) - 3\operatorname{cossec}^2(x) \\ f(\pi/2) = 8. \end{cases}$

[03] Uma função tem derivada de segunda ordem $f''(x) = 6\,x - 6$. Encontre a expressão para f, sabendo que o seu gráfico contém o ponto $(2, 1)$ e que em tal ponto a reta tangente ao gráfico de f tem equação $3\,x - y - 5 = 0$.

Respostas dos Exercícios

[01] (a) $3\,t^{5/3}/5 - 2\,t + C$.

(b) $x^2/6 - 2\sqrt{x^3}/9 + C$.

(c) $-3/x - x + C$.

(d) $2x\sqrt{2/x} + C$.

(e) $4s^{3/2}/4 - 2\,s^{5/2}/5 + C$.

(f) $x^6/6 - \ln(|x|) + C$.

(g) $-2\cos(\theta) + C$.

(h) $-\operatorname{cossec}(x) + C$.

(i) $-u + \operatorname{tg}(u) + C$.

(j) $x + x^3/3 + \operatorname{arctg}(x) + C$.

(k) $e^x - 3x + C$.

(l) $x - \operatorname{arctg}(x) + C$.

(m) $\operatorname{arcsen}(x) + c$.

(n) $\operatorname{tgh}(y) + C$.

(o) $2\cosh(t) + C = e^t + e^{-t} + C$.

(p) $x^2/2 + C$.

[02] (a) $y = 2 - 1/x + 1/(2x^2)$. (b) $y = 3/2 + 1/(2x^2) + \ln(|x|)$. (c) $y = 6 + 2\operatorname{sen}(x) + 3\operatorname{cotg}(x)$.

[03] $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Texto composto em LaTeX2e, HJB, 13/11/2008.