Cálculo I -A-

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Aula 1

10 de março de 2009

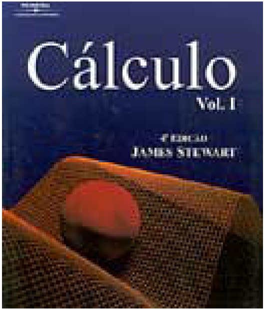
Apresentação do curso

Conteúdo do curso

- Funções de uma variável real.
- Limites.
- Continuidade.
- Derivadas.
- Estudo da variação de funções.
- Antiderivação.

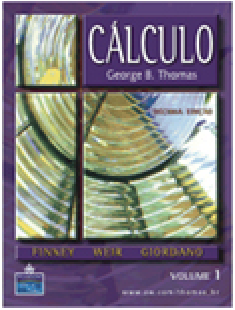
Bibliografia

James Stewart. Cálculo, volume 1, Quarta edição, Editora Pioneira, 2001.



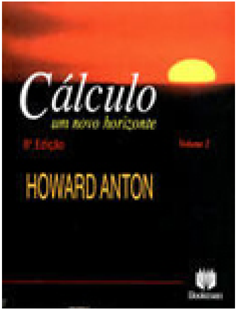
Bibliografia

George B. Thomas. Cálculo, volume 1, Décima edição, Editora Addison-Wesley, 2003.



Bibliografia

Howard Anton. Cálculo – Um Novo Horizonte, volume 1, Sexta edição, Editora Bookman, 2000.



Outras informações

- Página WEB do curso: http://www.professores.uff.br/hjbortol/.
  Clique no link DISCIPLINAS no menu à esquerda.

  Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de execícios, material extra, notas das provas.

- Não deixe de consultar os horários de monitoria no GMA.

- Vamos definir agora um horário de atendimento para esta turma.

Outras informações

- Página WEB do curso: http://www.professores.uff.br/hjbortol/.
  Clique no link DISCIPLINAS no menu à esquerda.

  Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de execícios, material extra, notas das provas.

- Não deixe de consultar os horários de monitoria no GMA.

- Vamos definir agora um horário de atendimento para esta turma.

Outras informações

- Página WEB do curso: http://www.professores.uff.br/hjbortol/.
  Clique no link DISCIPLINAS no menu à esquerda.

  Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de execícios, material extra, notas das provas.

- Não deixe de consultar os horários de monitoria no GMA.

- Vamos definir agora um horário de atendimento para esta turma.

Datas das provas

1ª VE	28/04/2009
2ª VE	02/06/2009
3ª VE	07/07/2009
VR	09/07/2009
VS	14/07/2009

Revisão: funções

O que é uma função?

O que é uma função?

Definição

Uma função real f é uma lei a qual para cada elemento x em um subconjunto D de $\mathbb{R}$ faz corresponder exatamente um elemento chamado $f(x)$, em um subconjunto C de $\mathbb{R}$.

D é denominado de domínio e C de contradomínio da função f.

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

O que é uma função?

Definição

Uma função real f é uma lei a qual para cada elemento x em um subconjunto D de $\mathbb{R}$ faz corresponder exatamente um elemento chamado $f(x)$, em um subconjunto C de $\mathbb{R}$.

D é denominado de domínio e C de contradomínio da função f.

Exemplo

$$\begin{array}{cccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

Exemplo

Exemplo

$$
\begin{array}{rccc}
f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\
 & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x
\end{array}
$$

$$
f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.
$$

$$
\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.
$$

Exemplo

$$
\begin{array}{rccc}
f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\
 & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x
\end{array}
$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

Exemplo

Exemplo

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\Box) = 2\,\Box.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

Exemplo

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

O que é a imagem de uma função real?

O que é a imagem de uma função real?

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

Imagem de $f = \mathbb{R}$

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

Imagem de $f = \mathbb{R}$.

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

Imagem de $f = \mathbb{R}$

O que é a imagem de uma função real?

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

Imagem de $f = \mathbb{R}$

O que é a imagem de uma função real?

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$\text{Imagem de } f = \mathbb{R}$$

O que é a imagem de uma função real?

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} g\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & g(x) = x^2 \end{array}$$

$$\text{Imagem de } g = [0, +\infty)$$

O que é a imagem de uma função real?

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} g\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & g(x) = x^2 \end{array}$$

$$\text{Imagem de } g = [0, +\infty)$$

O que é a imagem de uma função real?

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccl} h\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & h(x) = \text{sen}(x) \end{array}$$

$$\text{Imagem de } h = [-1, +1]$$

Definição

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} h\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & h(x) = \operatorname{sen}(x) \end{array}$$

$$\text{Imagem de } h = [-1, +1]$$

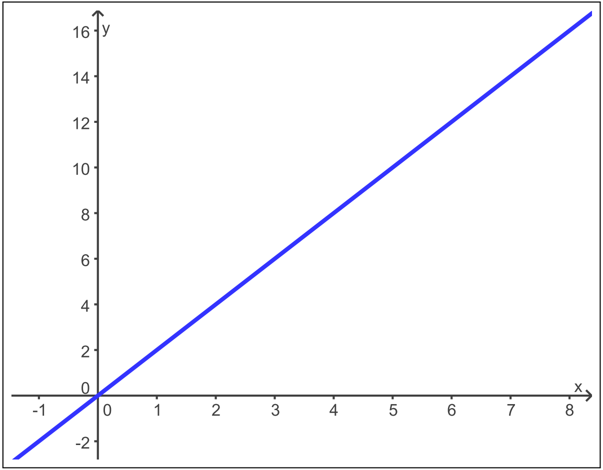
O que é o gráfico de uma função real?

Definição

O gráfico de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que $x \in D$ e $y = f(x)$:

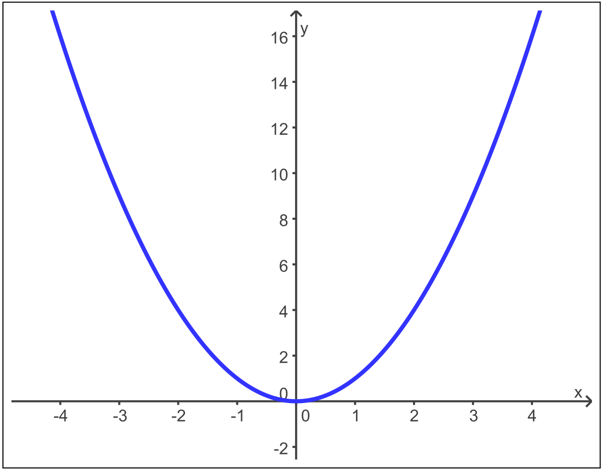
$$\text{Gráfico de } f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in D \text{ e } y = f(x)\}.$$

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$



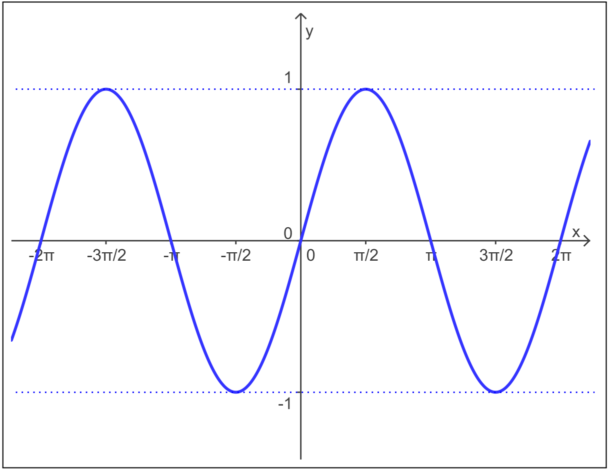
O que é o gráfico de uma função real?

$$\begin{array}{rccc} g\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & g(x) = x^2 \end{array}$$



O que é o gráfico de uma função real?

$$\begin{array}{rccc} h\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & h(x) = \mathrm{sen}(x) \end{array}$$



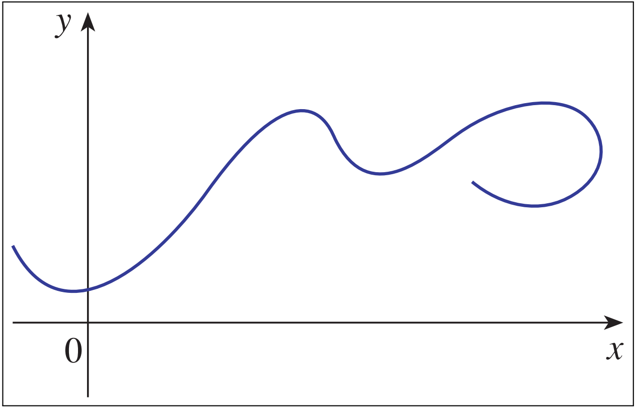
Toda curva é gráfico de uma função real?

A resposta é não!

Toda reta vertical corta o gráfico de uma função no máximo em 1 ponto!

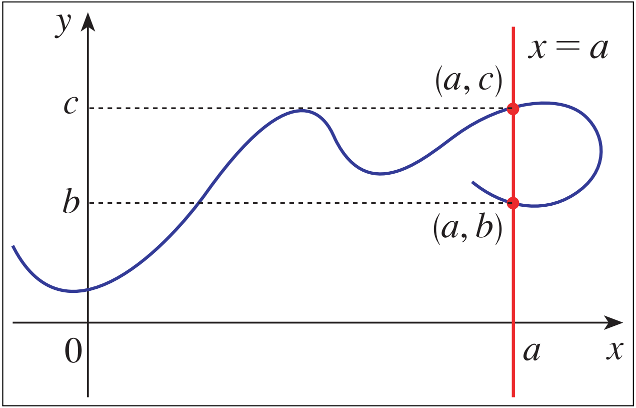
Toda curva é gráfico de uma função real?

A resposta é não!



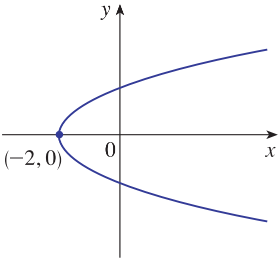
Toda reta vertical corta o gráfico de uma função no máximo em 1 ponto!

A resposta é não!

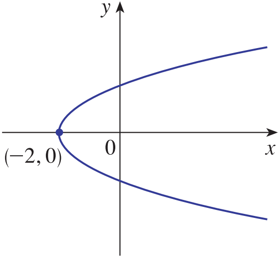


Toda reta vertical corta o gráfico de uma função no máximo em 1 ponto!

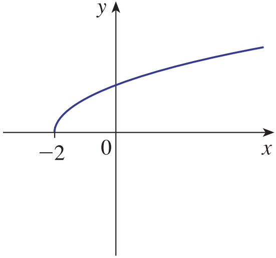
Exemplo



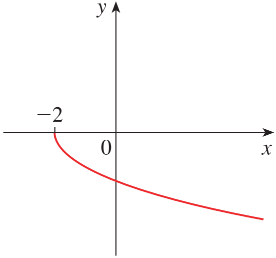
(a) $x = y^2 - 2$



(a) $x = y^2 - 2$



(b) $y = \sqrt{x+2}$



(c) $y = -\sqrt{x+2}$

Domínio natural de uma função

Convenção

Quando uma função real é definida apenas pela sua lei de associação, convenciona-se que o seu domínio é o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual é possível avaliar a função.

Exemplo: $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

O domínio natural de f é $D = \mathbb{R} - \{0\}$.

Domínio natural de uma função

Convenção

Quando uma função real é definida apenas pela sua lei de associação, convenciona-se que o seu domínio é o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual é possível avaliar a função.

$$\text{Exemplo: } f(x) = \frac{1}{x}.$$

O domínio natural de f é $D = \mathbb{R} - \{0\}$.

Domínio natural de uma função

Convenção

Quando uma função real é definida apenas pela sua lei de associação, convenciona-se que o seu domínio é o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual é possível avaliar a função.

$$\text{Exemplo: } f(x) = \frac{1}{x}.$$

O domínio natural de f é $D = \mathbb{R} - \{0\}$.

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = \,]2, +\infty[\, = (2, +\infty).$$

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = \,]2, +\infty[\, = (2, +\infty).$$

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = \,]2, +\infty[\, = (2, +\infty).$

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = \,]2, +\infty[\, = (2, +\infty).$

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = \,]2, +\infty[\, = (2, +\infty).$$

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = \left]2, +\infty\right[= (2, +\infty).$$

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} =]2, +\infty[= (2, +\infty).$$

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} \; = \,]2, +\infty[\; = \; (2, +\infty).$$

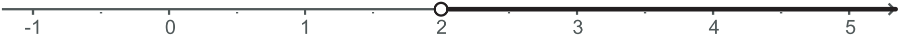
Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$$2\,x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio natural de f é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = \,]2, +\infty[\, = (2, +\infty).$$



Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x - 6}{x - 1}}}$?

CUIDADO!

$$
\begin{aligned}
1 - \frac{2\,x - 6}{x - 1} > 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2\,x - 6}{x - 1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x - 6}{x - 1} < 1 \\
&\overset{\text{AQUI!}}{\Leftrightarrow} \quad 2\,x - 6 < x - 1 \\
&\Leftrightarrow \quad 2\,x - x < -1 + 6 \\
&\Leftrightarrow \quad x < 5.
\end{aligned}
$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x-6}{x-1}}}$?

CUIDADO!

$$
\begin{aligned}
1 - \frac{2\,x-6}{x-1} > 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2\,x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x-6}{x-1} < 1 \\
&\Leftrightarrow \quad 2\,x - 6 < x - 1 \\
&\Leftrightarrow \quad 2\,x - x < -1 + 6 \\
&\Leftrightarrow \quad x < 5.
\end{aligned}
$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x - 6}{x - 1}}}$?

CUIDADO!

$$
\begin{aligned}
1 - \frac{2\,x - 6}{x - 1} > 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2\,x - 6}{x - 1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x - 6}{x - 1} < 1 \\
\overset{\text{AQUI!}}{\Leftrightarrow} \quad & 2\,x - 6 < x - 1 \\
\Leftrightarrow \quad & 2\,x - x < -1 + 6 \\
\Leftrightarrow \quad & x < 5.
\end{aligned}
$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x - 6}{x - 1}}}$?

CUIDADO!

$$1 - \frac{2\,x - 6}{x - 1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2\,x - 6}{x - 1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x - 6}{x - 1} < 1$$

AQUI!

$$\Leftrightarrow \quad 2\,x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\,x - x < -1 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad x < 5.$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x - 6}{x - 1}}}$?

CUIDADO!

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1$$

AQUI!

$$\Leftrightarrow \quad 2x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - x < -1 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad x < 5.$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x - 6}{x - 1}}}$?

CUIDADO!

$$1 - \frac{2\,x - 6}{x - 1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2\,x - 6}{x - 1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x - 6}{x - 1} < 1$$

AQUI!

$$\Leftrightarrow \quad 2\,x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\,x - x < -1 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad x < 5.$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x-6}{x-1}}}$?

CUIDADO!

$$1 - \frac{2\,x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2\,x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x-6}{x-1} < 1$$

AQUI!

$$\Leftrightarrow \quad 2\,x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\,x - x < -1 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad x < 5.$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento?

Domínio natural de uma função

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x-6}{x-1}}}$?

CUIDADO!

$$1 - \frac{2\,x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2\,x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x-6}{x-1} < 1$$

AQUI!

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad 2\,x - 6 < x - 1\\
&\Leftrightarrow \quad 2\,x - x < -1 + 6\\
&\Leftrightarrow \quad x < 5.
\end{aligned}$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Qual é o domínio natural de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

CUIDADO!

$$
\begin{aligned}
1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1 \\
\overset{\text{AQUI!}}{\Leftrightarrow} \quad & 2x - 6 < x - 1 \\
\Leftrightarrow \quad & 2x - x < -1 + 6 \\
\Leftrightarrow \quad & x < 5.
\end{aligned}
$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

Estudo do sinal

$$\frac{2\,x-6}{x-1} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x-6}{x-1} - 1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-5}{x-1} < 0$$

Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1, 5[= (1, 5)$.

Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-5}{x-1} < 0$$

Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1,5[= (1,5)$.

Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-5}{x-1} < 0$$

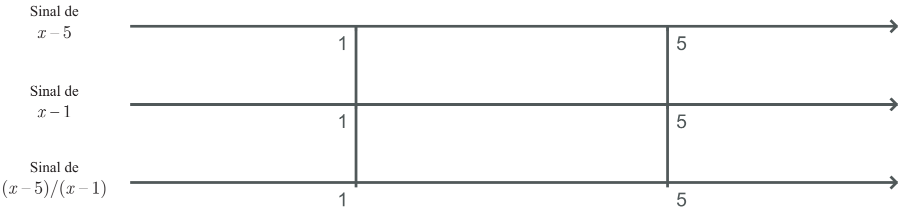
Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1,5[= (1,5)$.

Estudo do sinal

$$\frac{2\,x-6}{x-1} < 1 \;\Leftrightarrow\; \frac{2\,x-6}{x-1} - 1 < 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{2\,x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{x-5}{x-1} < 0$$

Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1,5[= (1,5)$.

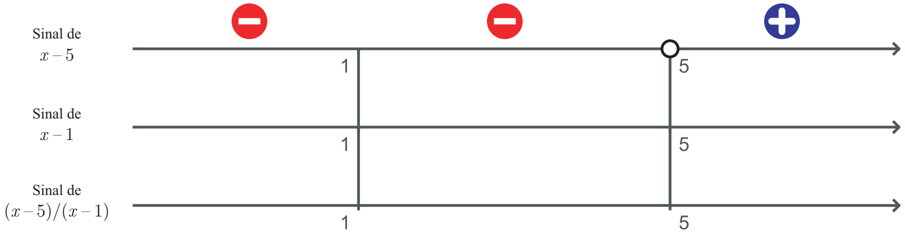
$$\frac{2\,x-6}{x-1} < 1 \;\Leftrightarrow\; \frac{2\,x-6}{x-1} - 1 < 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{2\,x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{x-5}{x-1} < 0$$



Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1,5[= (1,5)$.

Estudo do sinal

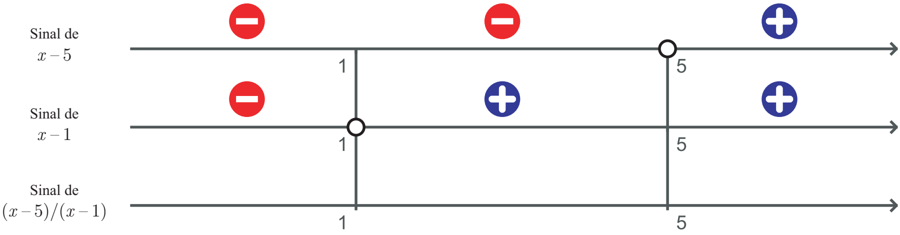
$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \iff \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \iff \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \iff \frac{x-5}{x-1} < 0$$



Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1,5[= (1,5)$.

Estudo do sinal

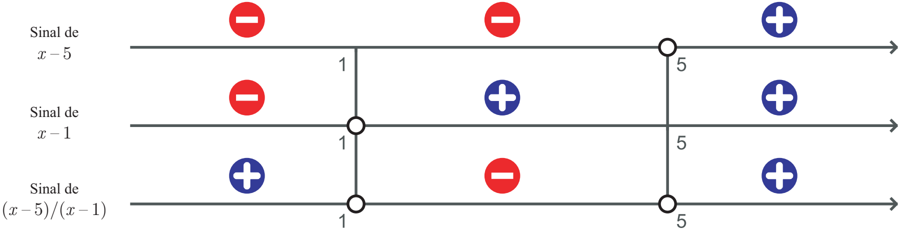
$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \iff \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \iff \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \iff \frac{x-5}{x-1} < 0$$



Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1,5[= (1,5)$.

Estudo do sinal

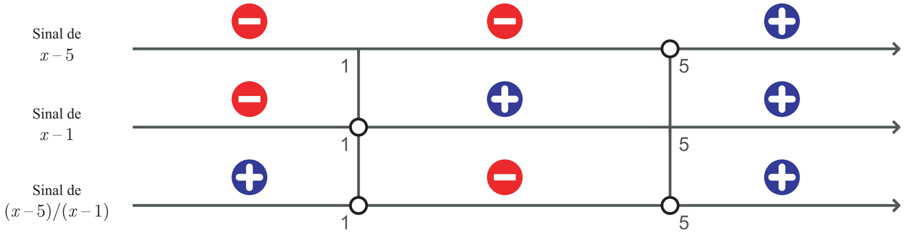
$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-5}{x-1} < 0$$



Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1, 5[= (1, 5)$.

Estudo do sinal

$$\frac{2\,x-6}{x-1} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x-6}{x-1} - 1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\,x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-5}{x-1} < 0$$

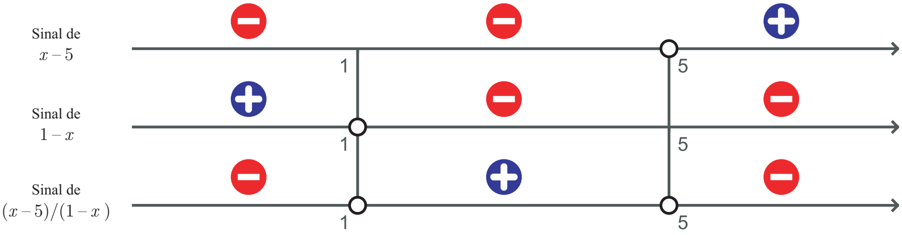


Domínio natural de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} =]1, 5[= (1, 5)$.

Estudo do sinal

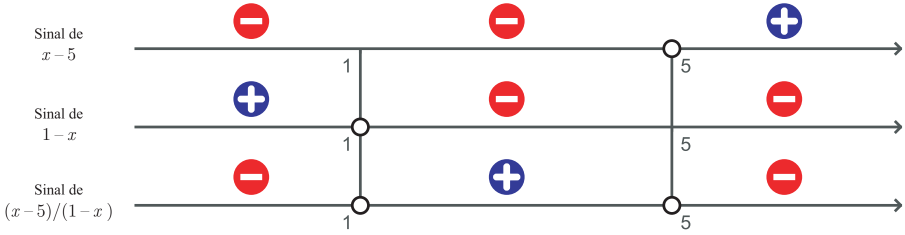
$$\frac{x-5}{1-x} < 0$$

$$\frac{x-5}{1-x} < 0$$



Estudo do sinal

$$\frac{x-5}{1-x} < 0$$



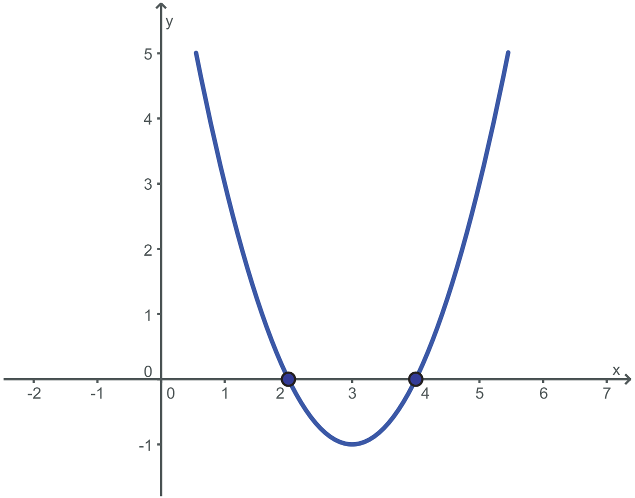
$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 5\} =]-\infty, 1[\cup]5, +\infty[= (-\infty, 1)\cup(5, +\infty).$$

Desigualdades envolvendo expressões quadráticas

$x^2 - 6\,x + 8 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\} = [2, 4]$

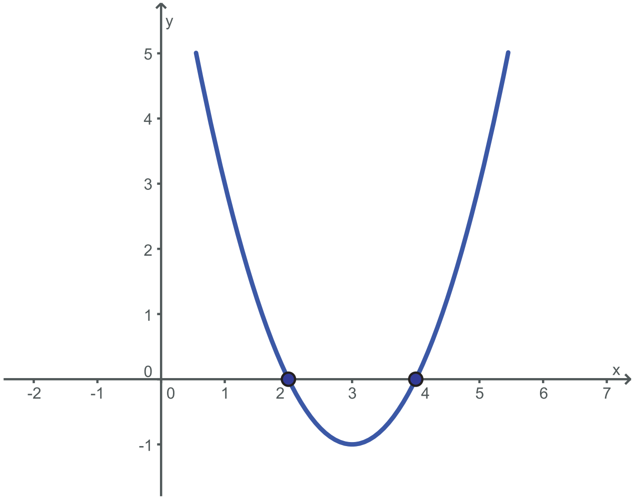
Desigualdades envolvendo expressões quadráticas

$$x^2 - 6\,x + 8 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\} = [2, 4]$$



Desigualdades envolvendo expressões quadráticas

$$x^2 - 6\,x + 8 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\} = [2, 4]$$



Desigualdades envolvendo expressões quadráticas

$$\frac{x^2 - 6\,x + 8}{x - 5} \leq 0 \quad \overset{\text{(Exercício)}}{\Longleftrightarrow} \quad x \in S =]-\infty, 2] \cup [4, 5[$$

$$\frac{x^2 - 6\,x + 8}{x - 5} \leq 0 \quad \overset{\text{(Exercício)}}{\Leftrightarrow} \quad x \in S =]-\infty, 2] \cup [4, 5[$$

Desigualdades envolvendo expressões quadráticas

$$\frac{x^2 - 6\,x + 8}{x - 5} \leq 0 \quad \overset{\text{(Exercício)}}{\Leftrightarrow} \quad x \in S =]-\infty, 2] \;\cup\; [4, 5[$$

Não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $x^2 - x + 1 < 0$, isto é, $S = \emptyset$.

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)

$$x^2 + 1 > 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad x \in S = \mathbb{R}$$

(Note que $\Delta = (0)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -4 < 0$)

Desigualdades envolvendo expressões quadráticas

Não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $x^2 - x + 1 < 0$, isto é, $S = \emptyset$.

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)

$$x^2 + 1 > 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad x \in S = \mathbb{R}$$

(Note que $\Delta = (0)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -4 < 0$)