Cálculo I -A-

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Aula 3

17 de março de 2009

Problemas de organização e erros frequentes

/ /

Thiago Nascimento da Silva

• $|2x+5| > 3$

$-3 > 2x + 5 > 3$

$-3 - 5 > 2x > -5 + 3$ $\qquad$ $S = \{-4 > x > -1\}$

$-8 > 2x > -2$

$-4 > 1x > -1$

Problemas de organização e erros frequentes

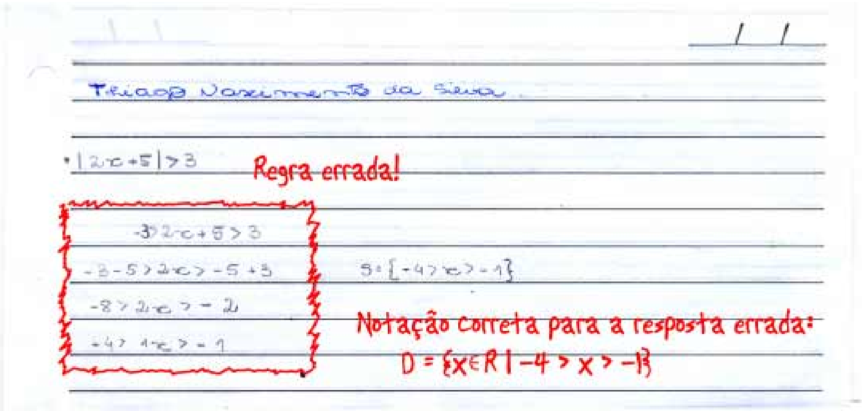
Thiago Nascimento da Silva

• $|2x+5| > 3$

Regra errada!

$$-3 > 2x+5 > 3$$
$$-3-5 > 2x > -5+3$$
$$-8 > 2x > -2$$
$$-4 > 1x > -1$$

$S = \{-4 > x > -1\}$


Thiago Nascimento da Silva

$\bullet\ |2x+5|>3$

Regra errada!

$-3>2x+5>3$

$-3-5>2x>-5+3$

$-8>2x>-2$

$-4>x>-1$

$S=\{-4>x>-1\}$

Notação correta para a resposta errada:

$D=\{x\in\mathbb{R} \mid -4>x>-1\}$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -5-3$ $\quad$ $2x > -5+3$

$2x < -8$ $\quad$ $2x > -2$

$x < -4$ $\quad$ $x > -1$

$S: x \in \mathbb{R} \mid x < -4 , x > -1$

$]-4;-1[$

Resolva a desigualdade $|2x+5|>3$

$2x+5<-3$ ou $2x+5>3$

$2x<-5-3$ ou $2x>-5+3$

$2x<-8$ ou $2x>-2$

$x<-4$ ou $x>-1$

$S: x\in\mathbb{R}\mid x<-4\ ,\ x>-1$

$]-4;-1[$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -5-3$ ou $2x > -5+3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -4 , x > -1\}$

$=]-4;-1[$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade

$|2x+5| \rfloor 3$

$p \angle -a$ ou $p \rfloor a$

$2x+5 \angle -3$ ou $2x+5 \rfloor 3$

$2x \angle -8$ $\quad$ $2x \rfloor -2$

$x \angle -4$ $\quad$ $x \rfloor -1$

$S:]-\infty, -4[$ ou $]-1, +\infty[$

Resolva a desigualdade

$|2x+5| > 3$

$p < -a$ ou $p > a$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

$S:]-\infty, -4[$ ou $]-1, +\infty[$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade

$|2x+5| > 3$

$p < -a$ ou $p > a$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

$S: \,]-\infty, -4[\; \boxed{\text{ou}} \;]-1, +\infty[$ Usar 'U'!

Problemas de organização e erros frequentes

$-|2x-5| < -4$ $\quad$ $|2x-5| > 4$

$2x-5 < -4$ $\quad$ ou $\quad$ $2x-5 > 4$

$2x < 1$ $\quad\quad$ $2x > 9$

$x < 1/2$ $\quad\quad$ $x > 9/2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1/2 \cup x > 9/2\}$

$$-\ |2x-5| < -4 \ \vee\ |2x-5| > 4$$

$$2x-5 < -4 \quad \text{ou} \quad 2x-5 > 4$$

$$2x < 1 \quad \text{ou} \quad 2x > 9$$

$$x < 1/2 \quad \text{ou} \quad x > 9/2$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1/2 \ \cup\ x > 9/2\}$$

Problemas de organização e erros frequentes

$$-|2x-5| < -4 \vee |2x-5| > 4$$

$2x - 5 < -4$ ou $2x - 5 > 4$

$2x < 1$ ou $2x > 9$

$x < 1/2$ ou $x > 9/2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1/2 \boxed{\cup}\ x > 9/2\}$ Usar "ou"!

Problemas de organização e erros frequentes

3) $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -3-5$ $\quad$ $2x > -5+3$

$2x < -8$ $\quad$ $2x > -2$

$x < -4$ $\quad$ $x > -1$

S: $]\, x < -4$ ou $x > -1 \,[$

Problemas de organização e erros frequentes

3) $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -3-5$ ou $2x > -5+3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

S: $]\, x < -4$ ou $x > -1\, [$

3) $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -3-5$ ou $2x > -5+3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

$S: \boxed{]\ x < -4 \text{ ou } x > -1\ [}$

Notação errada!

Problemas de organização e erros frequentes

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $\quad 2x+5 < -3$

$2x > -2 \quad\quad 2x < -8$

$x > -1 \quad\quad x < -4$

$S: \{x > -1$ ou $x < -4\}$.

$S: \,]-\infty, -4[\, \cup \,]-1, +\infty[$

VIRE $\longrightarrow$

Problemas de organização e erros frequentes

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $\quad 2x+5 < -3$

$2x > -2 \quad$ ou $\quad 2x < -8$

$x > -1 \quad$ ou $\quad x < -4$

S: $\{x > -1$ ou $x < -4\}$.

S: $]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[$

VIRE $\longrightarrow$

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $\quad 2x+5 < -3$

$2x > -2$ ou $\quad 2x < -8$

$x > -1$ ou $\quad x < -4$

$S \{ x > -1$ ou $x < -4 \}$.

$S \;]-\infty, -4[\; \cup \;]-1, +\infty[$

Usar "="!

VIRE $\longrightarrow$

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $2x+5 < -3$

$2x > -2$ **ou** $2x < -8$

$x > -1$ **ou** $x < -4$

$S : \{x > -1 \text{ ou } x < -4\}$. **Notação errada!**

$S :]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[$

Usar "="!

VIRE →

$|3+2x| < 2 \rightarrow -3-2x < 2$

$3+2x < 2$ $\qquad$ $x > \frac{5}{2}$

$x < -\frac{1}{2}$

Organização?

Usar "e" ou "ou"?

Respostas?

$|2x+5| > 3$

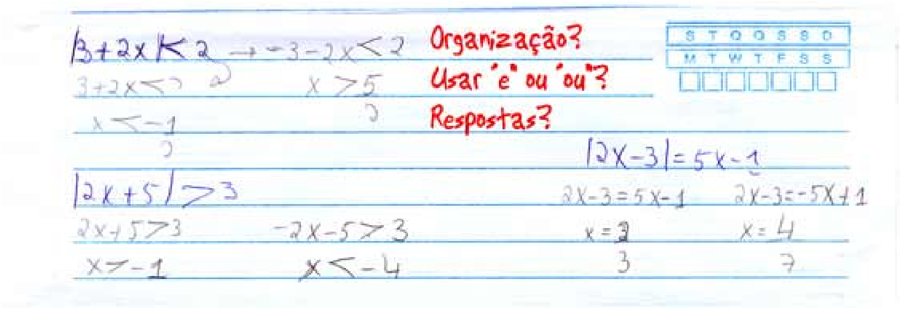
$2x+5 > 3$ $\qquad$ $-2x-5 > 3$

$x > -1$ $\qquad$ $x < -4$

$|2x-3| = 5x-1$

$2x-3 = 5x-1$ $\qquad$ $2x-3 = -5x+1$

$x = \frac{2}{3}$ $\qquad$ $x = \frac{4}{7}$



Organização?
Usar "e" ou "ou"?
Respostas?
|3+2x|<2 → −3−2x<2
3+2x<2
x<−1
x>5
|2x+5|>3
2x+5>3
x>−1
−2x−5>3
x<−4
|2x−3|=5x−1
2x−3=5x−1
x=2/3
2x−3=−5x+1
x=4/7

Revisão: função exponencial

Função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0$$

(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

(3) Vale que $\dfrac{1}{f(p)} = \dfrac{1}{a^p} = a^{-p} = f(-p)$.

(4) Vale que $f(p+q) = a^{p+q} = a^p \cdot a^q = f(p) \cdot f(q)$.

Função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0$$

(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

(3) Vale que $\dfrac{1}{f(p)} = \dfrac{1}{a^p} = a^{-p} = f(-p)$.

(4) Vale que $f(p+q) = a^{p+q} = a^p \cdot a^q = f(p) \cdot f(q)$.

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0$$

(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

(3) Vale que $\dfrac{1}{f(p)} = \dfrac{1}{a^p} = a^{-p} = f(-p)$.

(4) Vale que $f(p+q) = a^{p+q} = a^p \cdot a^q = f(p) \cdot f(q)$.

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0$$

(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

(3) Vale que $\dfrac{1}{f(p)} = \dfrac{1}{a^p} = a^{-p} = f(-p)$.

(4) Vale que $f(p+q) = a^{p+q} = a^p \cdot a^q = f(p) \cdot f(q)$.

Função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0$$

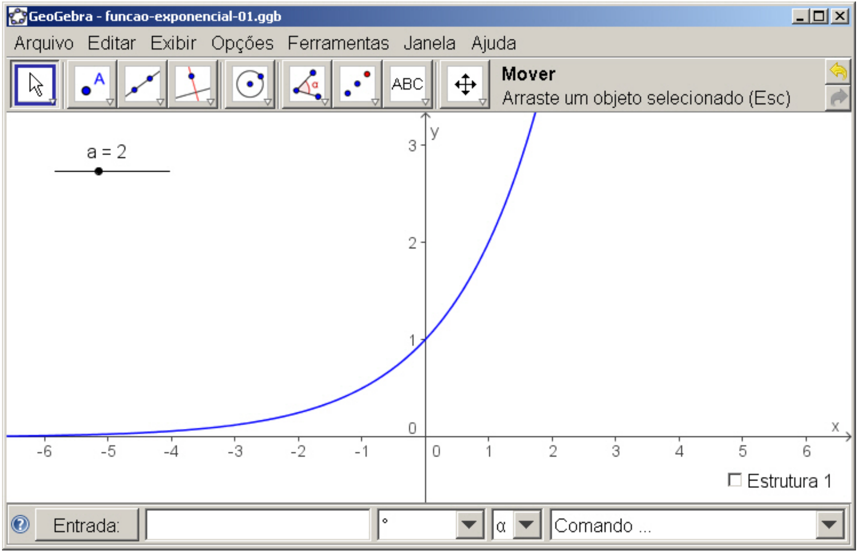
(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

(3) Vale que $\dfrac{1}{f(p)} = \dfrac{1}{a^p} = a^{-p} = f(-p)$.

(4) Vale que $f(p+q) = a^{p+q} = a^p \cdot a^q = f(p) \cdot f(q)$.

Função exponencial



Revisão: função logarítmica

Função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$, para todo $a > 0, a \neq 1$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \ \forall p, q > 0$.

(3) Vale que $f\left(\frac{p}{q}\right) = \log_a\left(\frac{p}{q}\right) = \log_a(p) - \log_a(q), \ \forall p, q > 0$.

(4) Vale que $\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}, \ \forall b > 0, b \neq 1$.

Função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$, para todo $a > 0, a \neq 1$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \ \ \forall p, q > 0.$

(3) Vale que $f\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a(p) - \log_a(q), \ \ \forall p, q > 0.$

(4) Vale que $\log_a(x) = \dfrac{\log_b(x)}{\log_b(a)}, \ \ \forall b > 0, b \neq 1.$

Função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$, para todo $a > 0, a \neq 1$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \;\; \forall p, q > 0$.

(3) Vale que $f\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a(p) - \log_a(q), \;\; \forall p, q > 0$.

(4) Vale que $\log_a(x) = \dfrac{\log_b(x)}{\log_b(a)}, \;\; \forall b > 0, b \neq 1$.

Função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$, para todo $a > 0, a \neq 1$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \;\; \forall p, q > 0.$

(3) Vale que $f\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a(p) - \log_a(q), \;\; \forall p, q > 0.$

(4) Vale que $\log_a(x) = \dfrac{\log_b(x)}{\log_b(a)}, \;\; \forall b > 0, b \neq 1.$

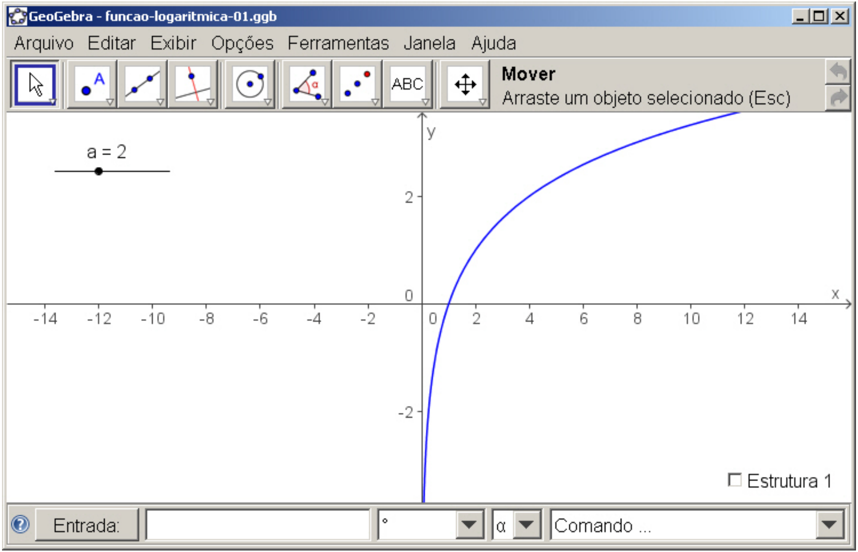
$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$, para todo $a > 0, a \neq 1$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \ \forall p, q > 0$.

(3) Vale que $f\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log_a(p) - \log_a(q), \ \forall p, q > 0$.

(4) Vale que $\log_a(x) = \dfrac{\log_b(x)}{\log_b(a)}, \ \forall b > 0, b \neq 1$.


GeoGebra - funcao-logaritmica-01.ggb
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda
ABC
Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)
a = 2
y
x
2
0
-2
-14 -12 -10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10 12 14
Estrutura 1
Entrada:
α
Comando ...

Revisão: função par e função ímpar

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é par se $f(-x) = f(x), \forall x \in D$.

Exemplo de função par:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 1 - x^4 \end{array}.$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = f(x).$$

Função par

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é par se $f(-x) = f(x), \forall x \in D$.

Exemplo de função par:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 1 - x^4 \end{array}.$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = f(x).$$

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é par se $f(-x) = f(x), \forall x \in D$.

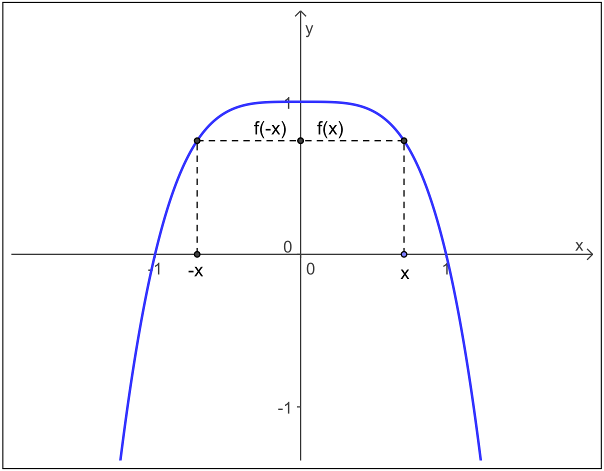
Exemplo de função par:

$$
\begin{array}{rccc}
f\colon & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\
 & x & \longmapsto & f(x) = 1 - x^4
\end{array}.
$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = f(x).$$

O gráfico de uma função par é simétrico com relação ao eixo y!



Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é ímpar se $f(-x) = -f(x), \forall x \in D$.

Exemplo de função ímpar:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^5 + x \end{array}.$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x) = -x^5 - x = -(x^5 + x) = -f(x).$$

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é ímpar se $f(-x) = -f(x), \forall x \in D$.

Exemplo de função ímpar:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^5 + x \end{array}.$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x) = -x^5 - x = -(x^5 + x) = -f(x).$$

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é ímpar se $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D$.

Exemplo de função ímpar:

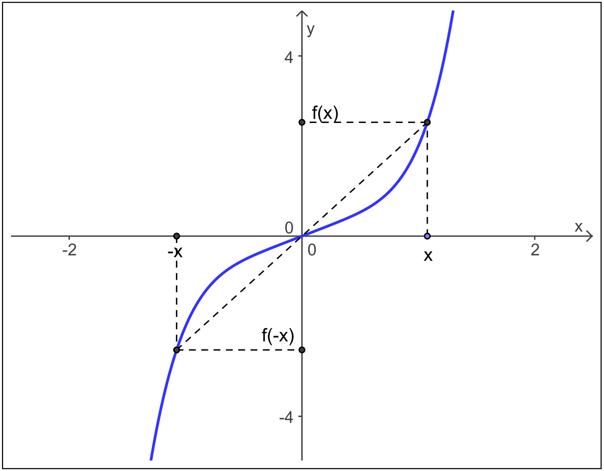
$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^5 + x \end{array}.$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x) = -x^5 - x = -(x^5 + x) = -f(x).$$

Função ímpar

O gráfico de uma função ímpar é simétrico com relação à origem!



Observações

Existem funções que não são pares e nem ímpares:

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = 2 - x^3 \end{array}.$$

De fato:

$$f(-1) = 3 \neq 1 = f(1) \qquad \text{e} \qquad f(-1) = 3 \neq -1 = -f(1).$$

Existem funções que não são pares e nem ímpares:

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2 - x^3 \end{array}.$$

De fato:

$$f(-1) = 3 \neq 1 = f(1) \qquad \text{e} \qquad f(-1) = 3 \neq -1 = -f(1).$$

Observações

Existe um função que seja par e ímpar ao mesmo tempo?

Sim! A função identicamente nula definida em $\mathbb{R}$!

Toda função definida em $\mathbb{R}$ se escreve como soma de uma função par e uma função ímpar:

$$f(x) = \underbrace{\frac{f(x)+f(-x)}{2}}_{\text{par}} + \underbrace{\frac{f(x)-f(-x)}{2}}_{\text{ímpar}}.$$

Observações

Existe um função que seja par e ímpar ao mesmo tempo?

Sim! A função identicamente nula definida em $\mathbb{R}$!

Toda função definida em $\mathbb{R}$ se escreve como soma de uma função par e uma função ímpar:

$$f(x) = \underbrace{\frac{f(x)+f(-x)}{2}}_{\text{par}} + \underbrace{\frac{f(x)-f(-x)}{2}}_{\text{ímpar}}.$$

Observações

Existe um função que seja par e ímpar ao mesmo tempo?

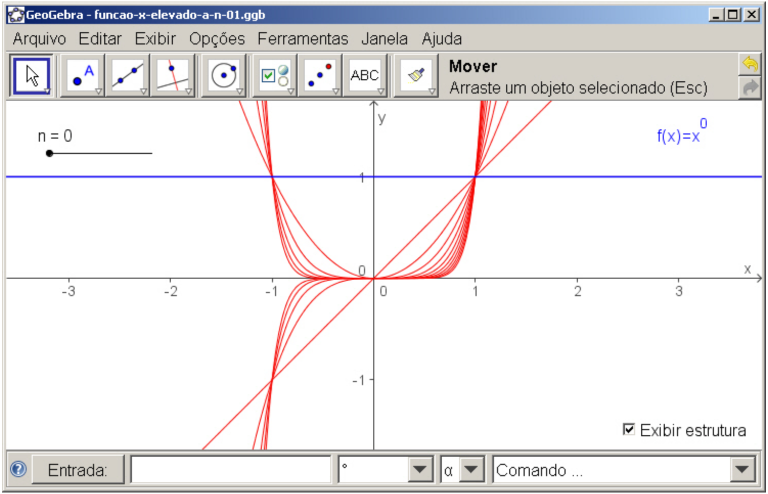
Sim! A função identicamente nula definida em $\mathbb{R}$!

Toda função definida em $\mathbb{R}$ se escreve como soma de uma função par e uma função ímpar:

$$f(x) = \underbrace{\frac{f(x)+f(-x)}{2}}_{\text{par}} + \underbrace{\frac{f(x)-f(-x)}{2}}_{\text{ímpar}}.$$

Revisão: funções da forma x elevado a n

Revisão: funções da forma *x* elevado a *n*



$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$ (basta multiplicar $1 < x$ por $x^n > 0$).

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$ (basta multiplicar $1 < x$ por $x^n > 0$).

Revisão: funções da forma x elevado a n

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$

Revisão: funções da forma x elevado a n

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$ (basta multiplicar $1 < x$ por $x^n > 0$).

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$ (basta multiplicar $1 < x$ por $x^n > 0$).

Revisão: funções da forma x elevado a n

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

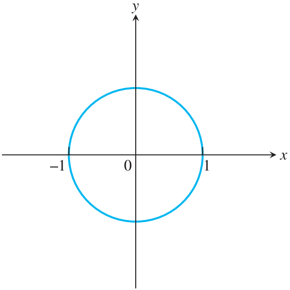
(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

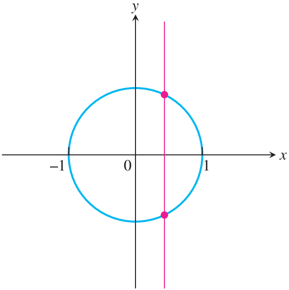
(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$ (basta multiplicar $1 < x$ por $x^n > 0$).

Revisão: círculos e semicírculos

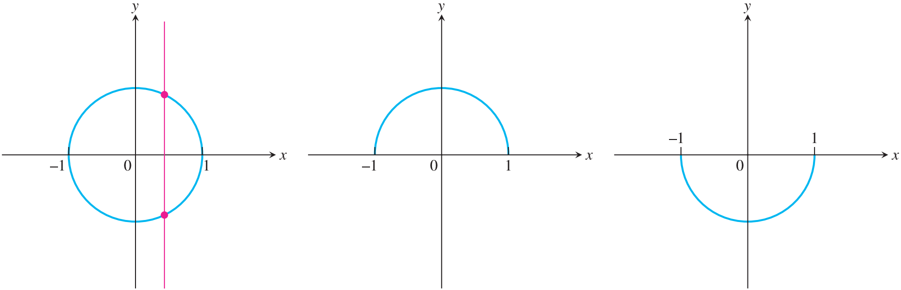
Revisão: círculos e semicírculos



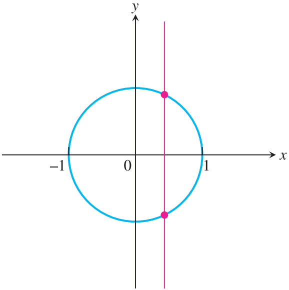
Revisão: círculos e semicírculos



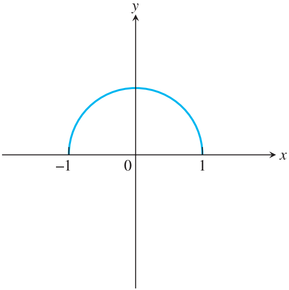
Revisão: círculos e semicírculos

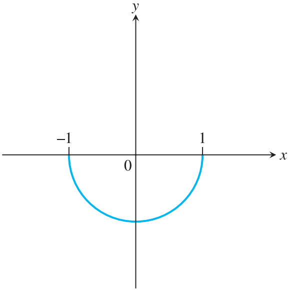


Revisão: círculos e semicírculos

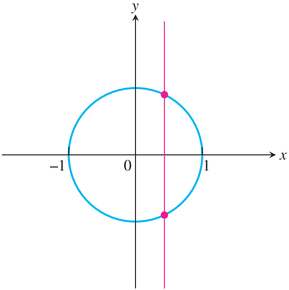


(a) $x^2 + y^2 = 1$

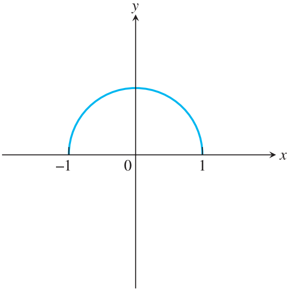




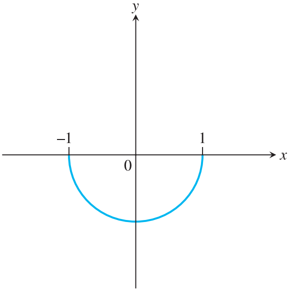
Revisão: círculos e semicírculos



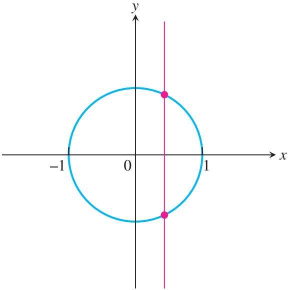
(a) $x^2 + y^2 = 1$



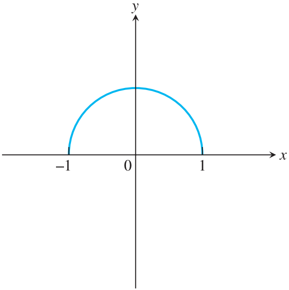
(b) $y = \sqrt{1 - x^2}$



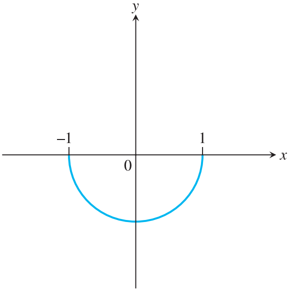
(c) $y = -\sqrt{1 - x^2}$



(a) $x^2 + y^2 = 1$



(b) $y = \sqrt{1 - x^2}$

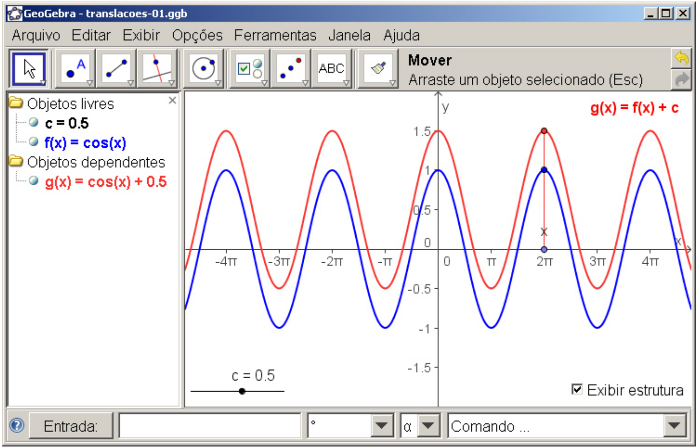


(c) $y = -\sqrt{1 - x^2}$

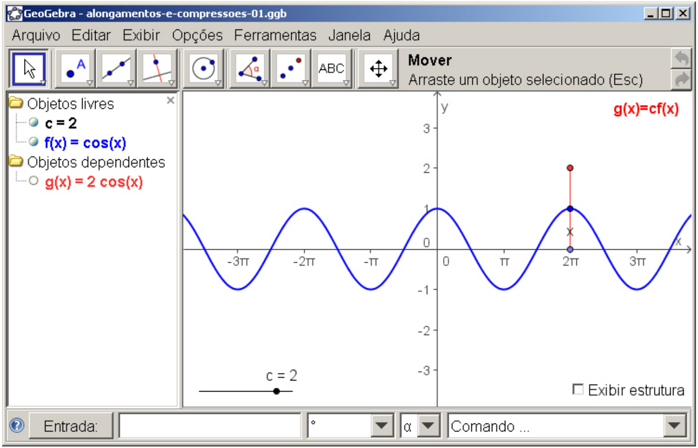
Moral: o gráfico de $y = f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ é o semicírculo superior de centro na origem e raio $|a|$.

Novas funções a partir de antigas: transformações de funções

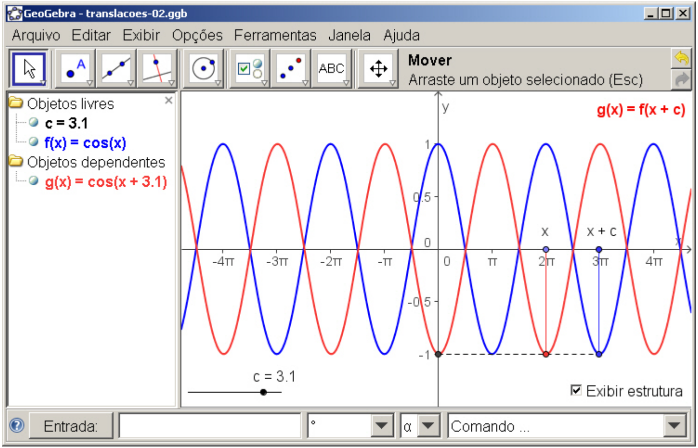
Somar uma constante c a uma função f tem o efeito geométrico de transladar verticalmente para cima (quando $c > 0$) ou verticalmente para baixo (quando $c < 0$) o gráfico de f.



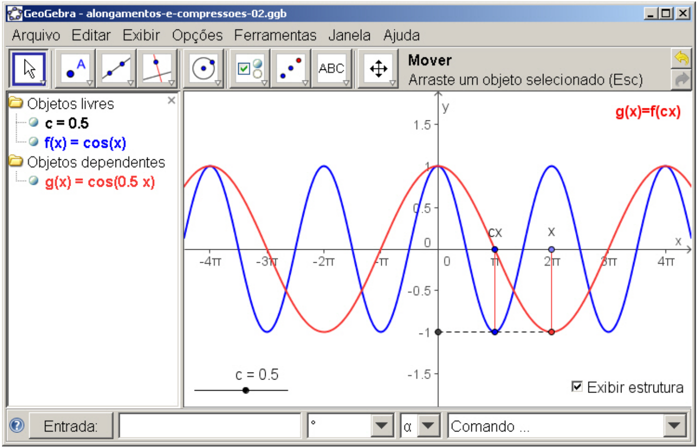
Multiplicar uma função f por uma constante não-negativa c tem o efeito geométrico de alongar (para $c > 1$) ou comprimir (para $0 < c < 1$) verticalmente o gráfico de f.



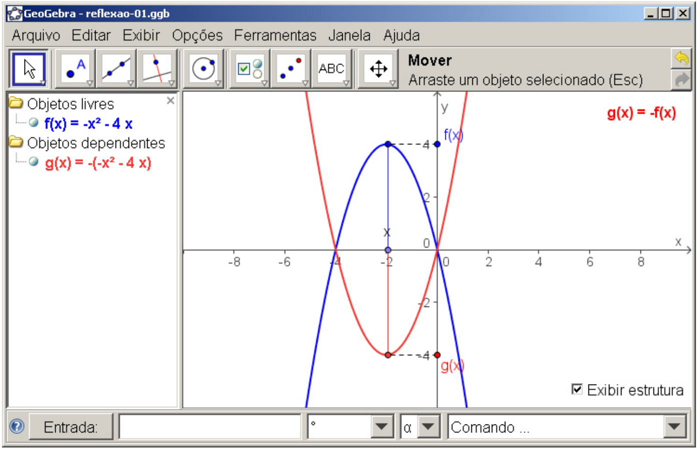
Somar uma constante c a variável independente x de uma função f tem o efeito geométrico de transladar horizontalmente para a direita (quando $c < 0$) ou para a esquerda (quando $c > 0$) o gráfico de f.



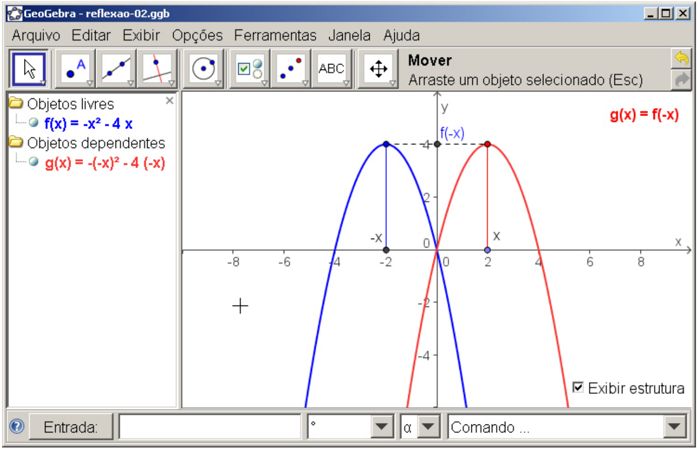
Multiplicar a variável independente de uma função f por uma constante não-negativa c tem o efeito geométrico de alongar (para $0 < c < 1$) ou comprimir (para $c > 1$) horizontalmente o gráfico de f.



Multiplicar uma função f por -1 tem o efeito geométrico de refletir com relação ao eixo-x o gráfico de f.



Multiplicar a variável independente x de uma função f por -1 tem o efeito geométrico de refletir com relação ao eixo-y o gráfico de f.



Composição com a função módulo

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^2 - 1$

$g(x) = |f(x)| = |x^2 - 1|$

Composição com a função módulo

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

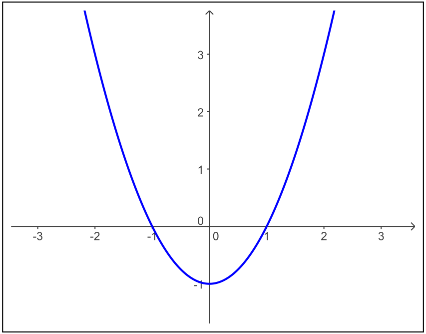
$f(x) = x^2 - 1$

$g(x) = |f(x)| = |x^2 - 1|$

Composição com a função módulo

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

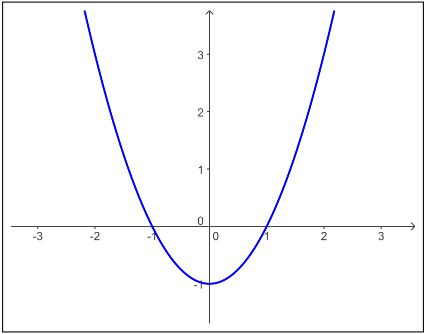
$f(x) = x^2 - 1$



$g(x) = |f(x)| = |x^2 - 1|$

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^2 - 1$

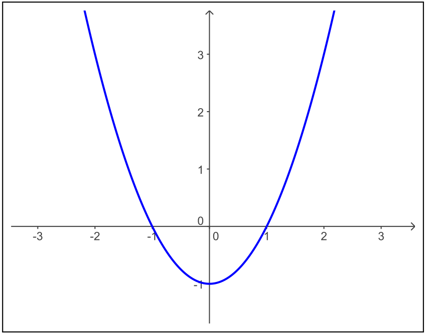


$g(x) = |f(x)| = |x^2 - 1|$

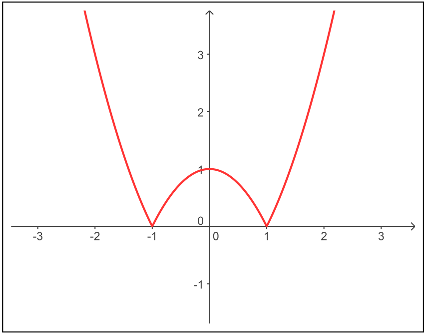
Composição com a função módulo

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^2 - 1$



$g(x) = |f(x)| = |x^2 - 1|$



Composição com a função módulo

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$

$g(x) = f(|x|) = |x|^3 - 3\,|x|^2 + 2\,|x| + 1$

Composição com a função módulo

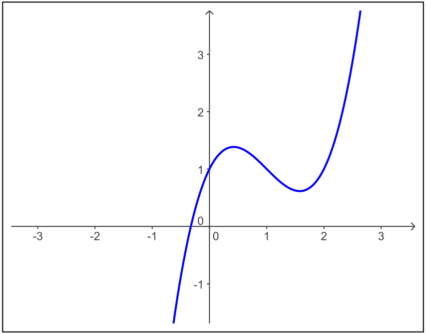
$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$ $\qquad$ $g(x) = f(|x|) = |x|^3 - 3\,|x|^2 + 2\,|x| + 1$

Composição com a função módulo

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

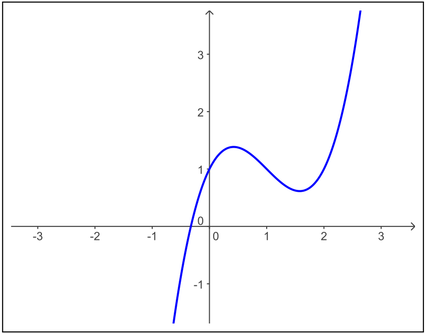
$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$



$g(x) = f(|x|) = |x|^3 - 3\,|x|^2 + 2\,|x| + 1$

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$

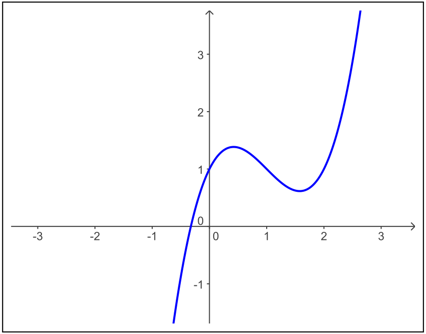


$g(x) = f(|x|) = |x|^3 - 3\,|x|^2 + 2\,|x| + 1$

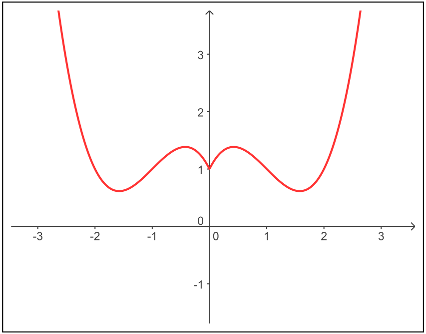
Composição com a função módulo

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$

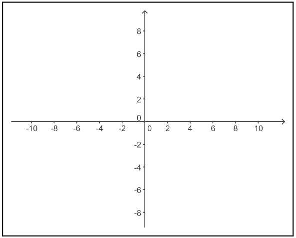


$g(x) = f(|x|) = |x|^3 - 3\,|x|^2 + 2\,|x| + 1$

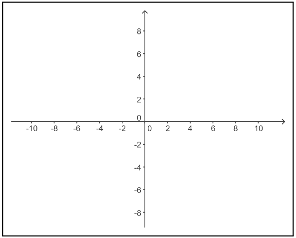


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

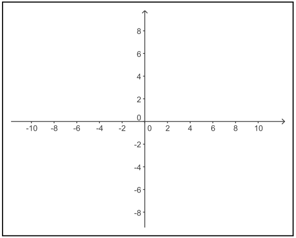
$y = f(x) = |x|$



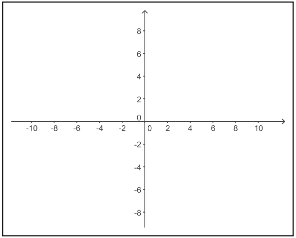
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



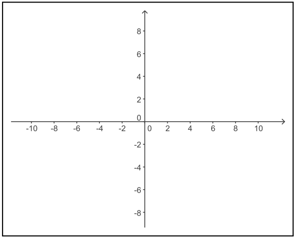
$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$



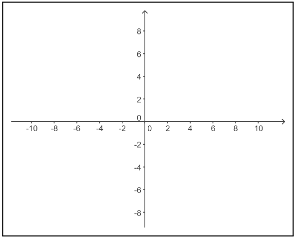
$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$



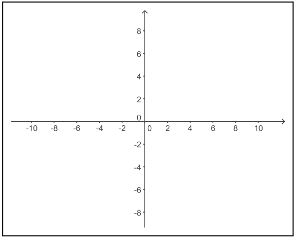
$y = f(x) = |x|$



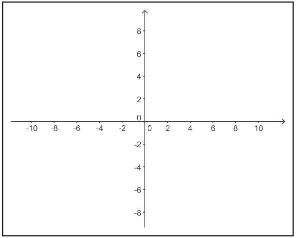
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

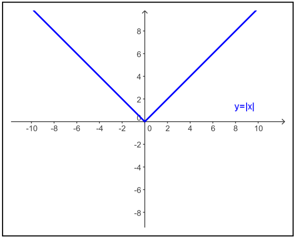


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

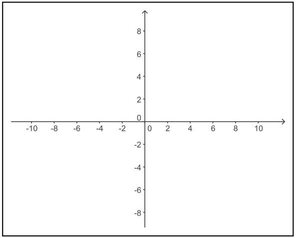


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

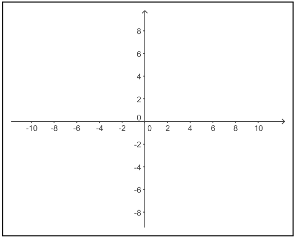
$y = f(x) = |x|$



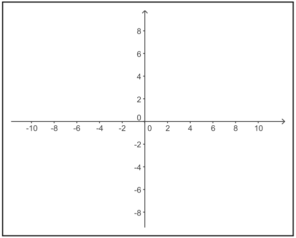
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

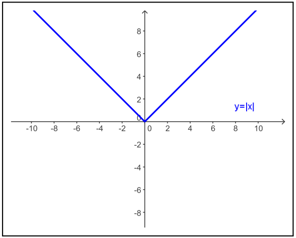


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

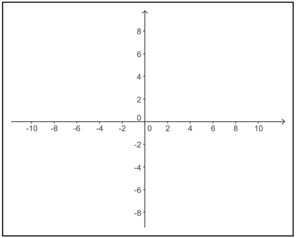


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

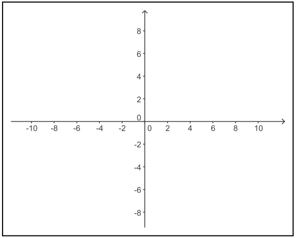
$y = f(x) = |x|$



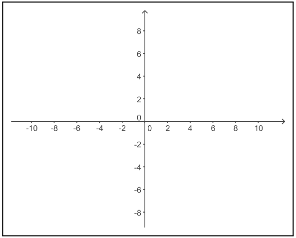
$y = g(x) = f(x-2) = |x-2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x-2|$

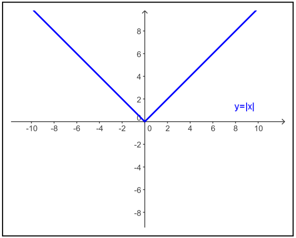


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x-2|$

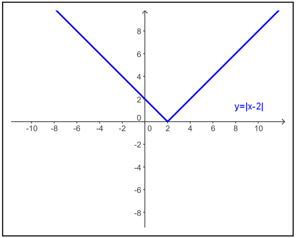


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

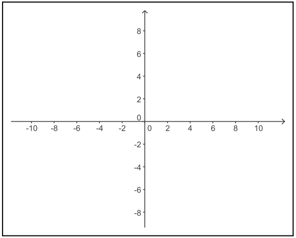
$y = f(x) = |x|$



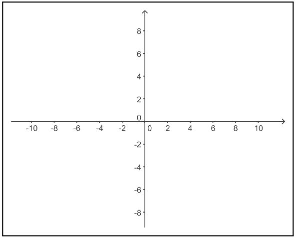
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

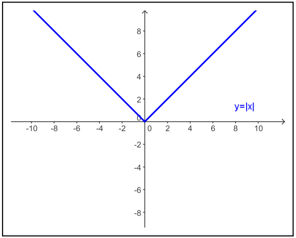


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

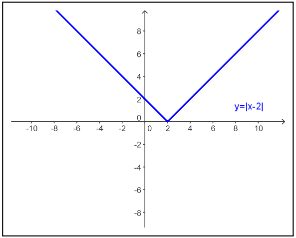


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

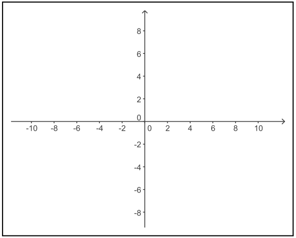
$y = f(x) = |x|$



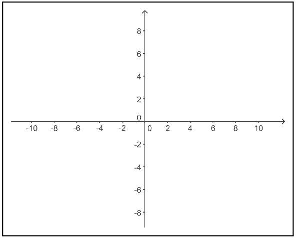
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

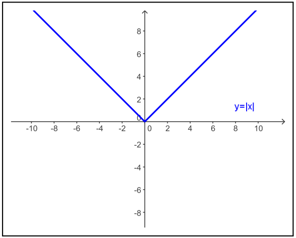


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

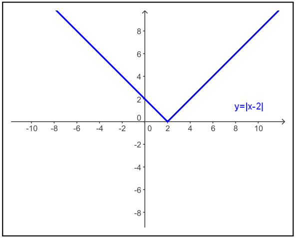


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

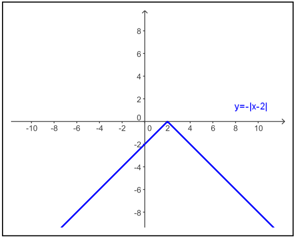
$y = f(x) = |x|$



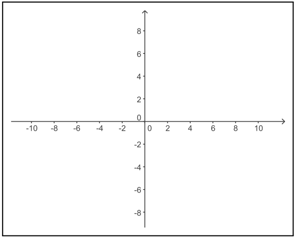
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

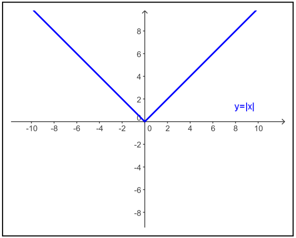


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

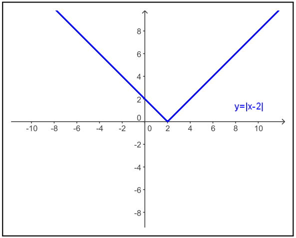


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

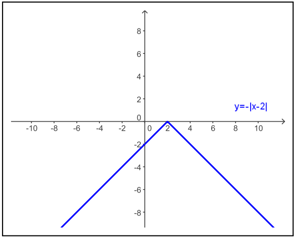
$y = f(x) = |x|$



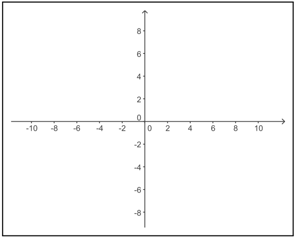
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

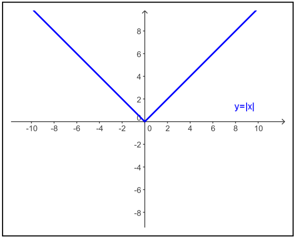


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

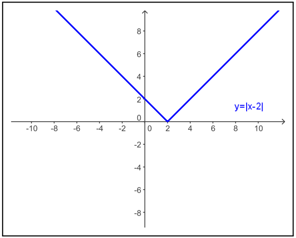


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

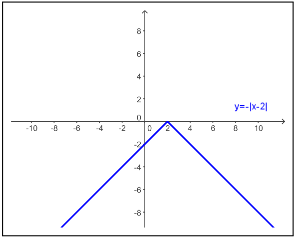
$y = f(x) = |x|$



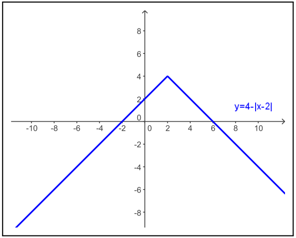
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

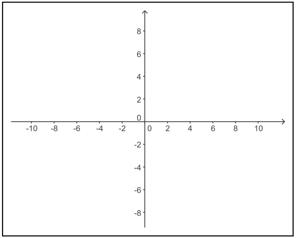


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

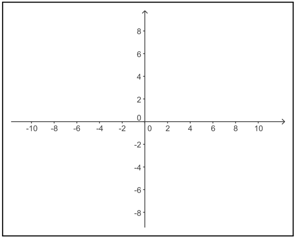


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

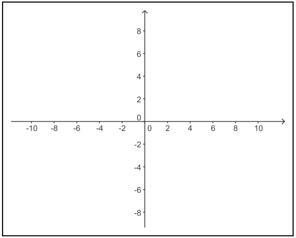
$y = f(x) = |x|$



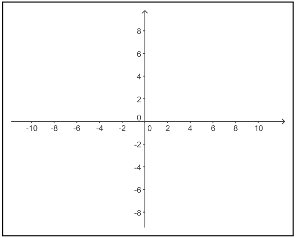
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$

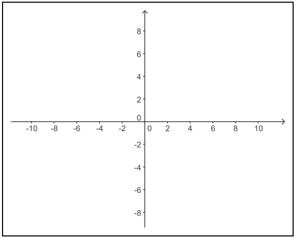


$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$

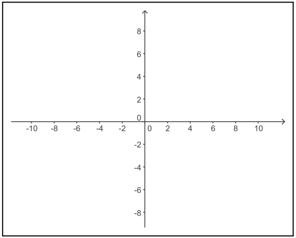


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

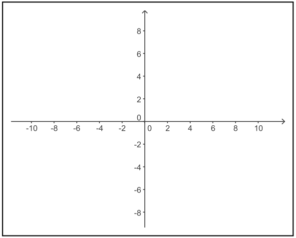
$y = f(x) = |x|$



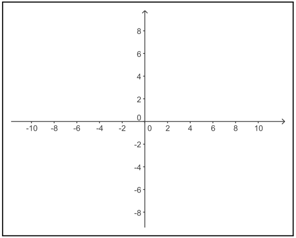
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$

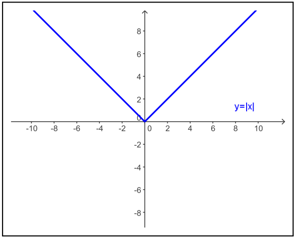


$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$

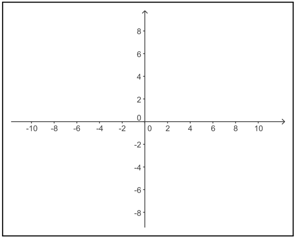


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

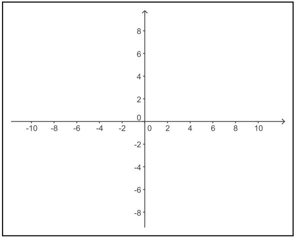
$y = f(x) = |x|$



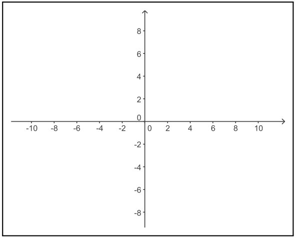
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$

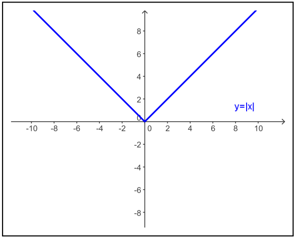


$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$

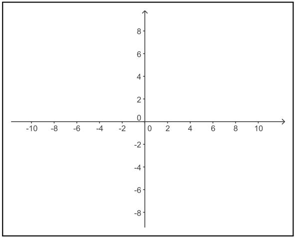


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

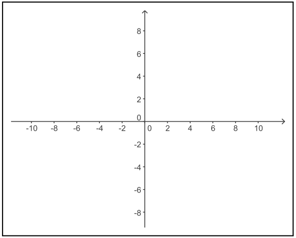
$y = f(x) = |x|$



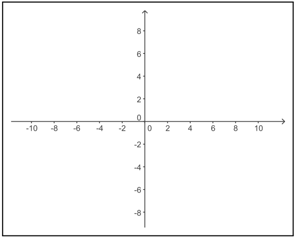
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$

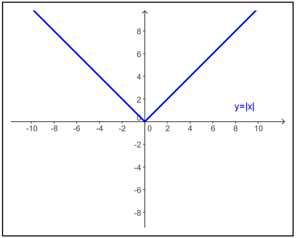


$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$

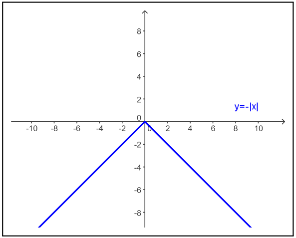


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

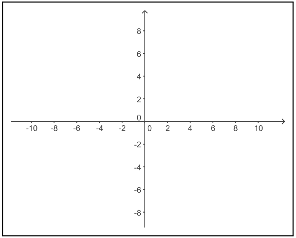
$y = f(x) = |x|$



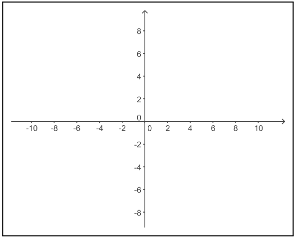
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



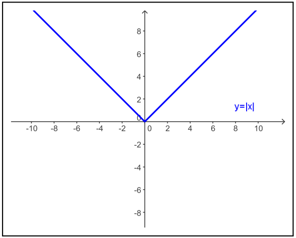
$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$



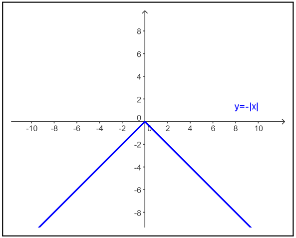
$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$



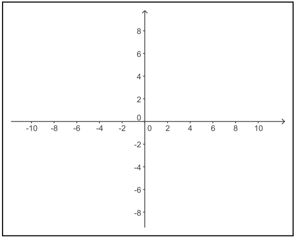
$y = f(x) = |x|$



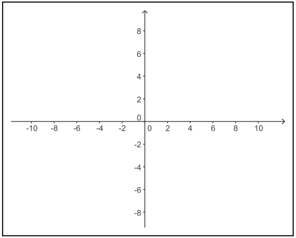
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$

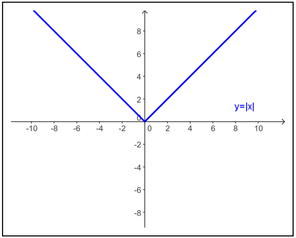


$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$

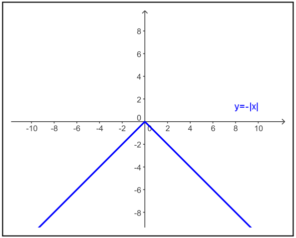


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

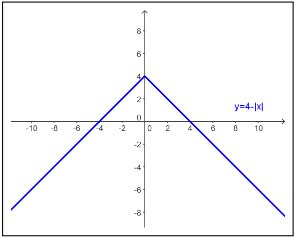
$y = f(x) = |x|$



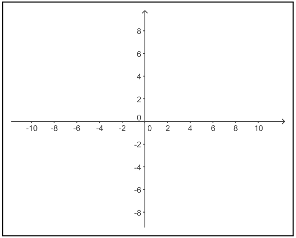
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



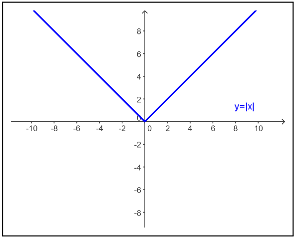
$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$



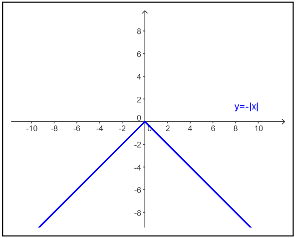
$y = l(x) = h(x-2) = 4 - |x-2|$



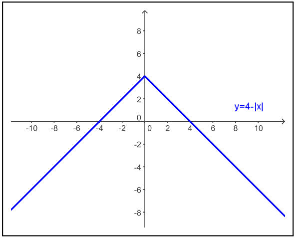
$y = f(x) = |x|$



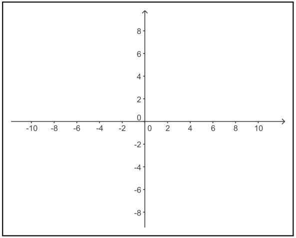
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$

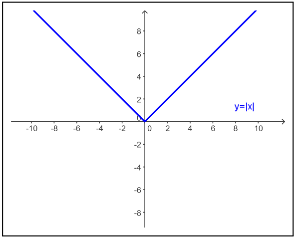


$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$

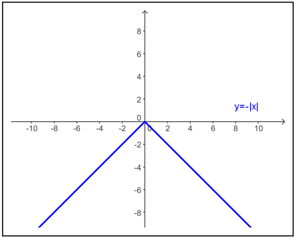


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

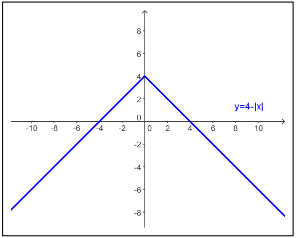
$y = f(x) = |x|$



$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$



$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$