Cálculo I -A-

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

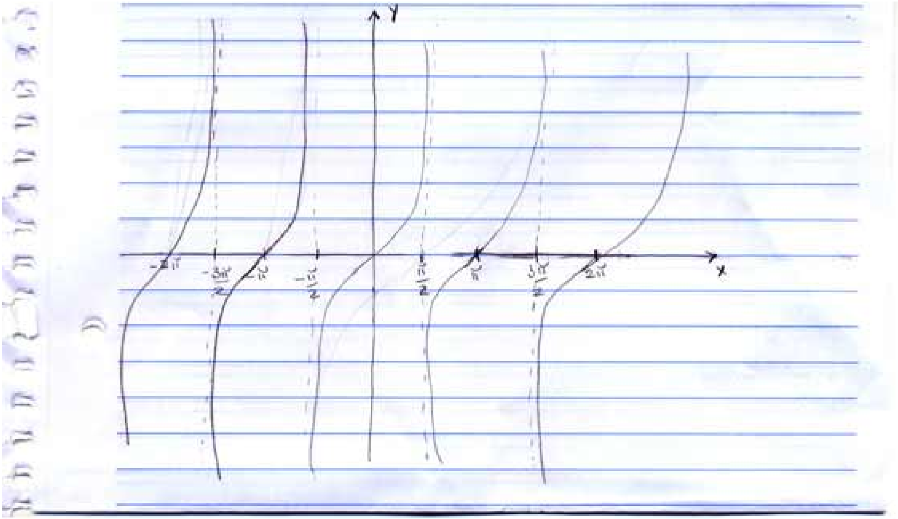
Universidade Federal Fluminense

Aula 4

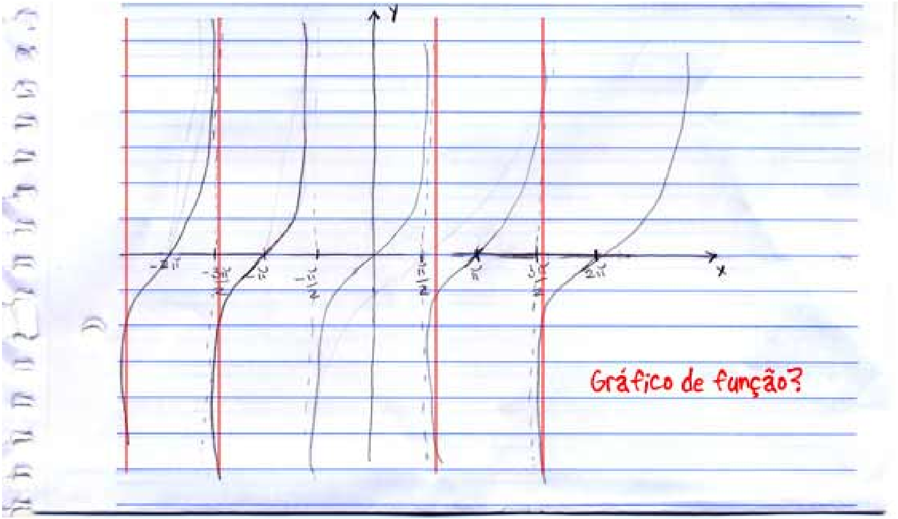
19 de março de 2009

Problemas de organização e erros frequentes

Problemas de organização e erros frequentes



Problemas de organização e erros frequentes



Problemas de organização e erros frequentes

$f(x) = x \cdot e^{(-x^2)}$

$\rightarrow$ para ser ímpar, $f(-x) = -f(x)$

$f(1) = 1 \cdot e^{-1}$ e $f(-1) = -1 \cdot e^{[-(-1)^2]}$

$f(1) = e^{-1}$ e $f(-1) = -e^{-1}$

$\therefore f(x) = x \cdot e^{(-x)^2}$ é ímpar

Problemas de organização e erros frequentes

$$f(x) = x \cdot e^{(-x^2)}$$

→ para ser ímpar, $f(-x) = -f(x)$

$f(1) = 1 \cdot e^{-1}$ e $f(-1) = -1 \cdot e^{[-(-1)^2]}$

$f(1) = e^{-1}$ e $f(-1) = -e^{-1}$

$\therefore f(x) = x \cdot e^{(-x)^2}$ é ímpar

Para demonstrar que a função f é ímpar, é preciso verificar que $f(-x) = -f(x)$ para todo x real.

Novas funções a partir de antigas: operações com funções

Definição

Sejam $f\colon D_f \to \mathbb{R}$ e $g\colon D_g \to \mathbb{R}$ duas funções reais. Definimos as funções soma $f+g$, diferença $f-g$, produto $f\cdot g$ e quociente f/g da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
(f+g)(x) &= f(x)+g(x), && \text{com } D_{f+g} = D_f \cap D_g\\
(f-g)(x) &= f(x)-g(x), && \text{com } D_{f-g} = D_f \cap D_g\\
(f\cdot g)(x) &= f(x)\cdot g(x), && \text{com } D_{f\,\cdot\,g} = D_f \cap D_g\\
(f\,/\,g)(x) &= f(x)\,/\,g(x), && \text{com } D_{f\,/\,g} = \{x \in D_f \cap D_g \mid g(x) \neq 0\}.
\end{aligned}
$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: soma

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x - 3 = x - 2 + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: diferença

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 1 + \sqrt{x-2} - (x-3) = 4 - x + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: diferença

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = 1 + \sqrt{x-2} - (x-3) = 4 - x + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: diferença

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = 1 + \sqrt{x-2} - (x-3) = 4 - x + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: diferença

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 1 + \sqrt{x-2} - (x-3) = 4 - x + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: diferença

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = 1 + \sqrt{x-2} - (x-3) = 4 - x + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: diferença

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 1 + \sqrt{x-2} - (x-3) = 4 - x + \sqrt{x-2},$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: produto

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (1 + \sqrt{x-2}) \cdot (x-3),$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: produto

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (1 + \sqrt{x-2}) \cdot (x-3),$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: produto

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (1 + \sqrt{x-2}) \cdot (x-3),$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (1 + \sqrt{x-2}) \cdot (x-3),$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: produto

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (1 + \sqrt{x-2}) \cdot (x-3),$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty).$$

Exemplo: quociente

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x) = \frac{1+\sqrt{x-2}}{x-3},$$

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty) - \{3\}.$$

Exemplo: quociente

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x) = \frac{1+\sqrt{x-2}}{x-3},$$

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty) - \{3\}.$$

Exemplo: quociente

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x) = \frac{1 + \sqrt{x-2}}{x-3},$$

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty) - \{3\}.$$

Exemplo: quociente

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x) = \frac{1+\sqrt{x-2}}{x-3},$$

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty) - \{3\}.$$

Exemplo: quociente

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}, \qquad g(x) = x - 3.$$

$$D_f = [2, +\infty), \qquad D_g = \mathbb{R}.$$

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x) = \frac{1 + \sqrt{x-2}}{x-3},$$

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty) - \{3\}.$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x,$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x,$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x,$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x,$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x,$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x,$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x,$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Cuidado!

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

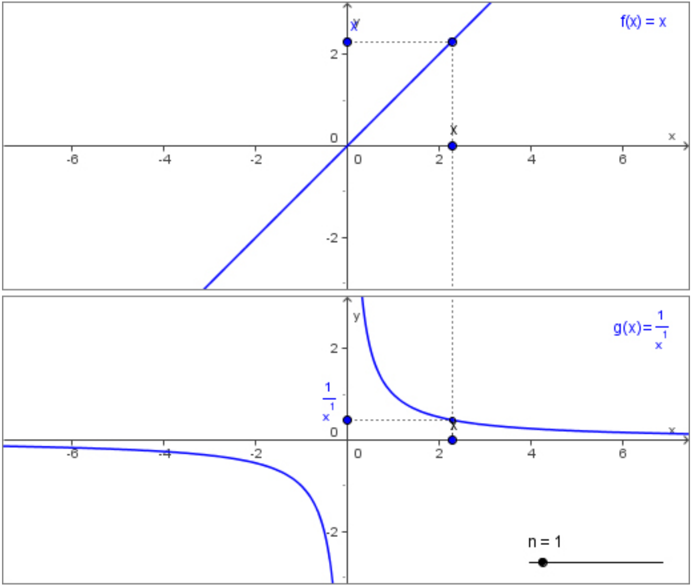
$$D_f = [0, +\infty), \qquad D_g = [0, \infty).$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = {\color{red}x},$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

Revisão: funções da forma x elevado a menos n

Revisão: funções da forma x elevado a menos n



Revisão: funções da forma x elevado a menos n

$$y = f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}, \text{ com } n \in \mathbb{N} \text{ e } x \neq 0$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $\dfrac{1}{x^n} < \dfrac{1}{x^{n+1}}$.

(3) Se $1 < x$, então $\dfrac{1}{x^{n+1}} < \dfrac{1}{x^n}$.

Revisão: funções da forma x elevado a menos n

$$y = f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}, \text{ com } n \in \mathbb{N} \text{ e } x \neq 0$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $\dfrac{1}{x^n} < \dfrac{1}{x^{n+1}}$.

(3) Se $1 < x$, então $\dfrac{1}{x^{n+1}} < \dfrac{1}{x^n}$.

Revisão: funções da forma x elevado a menos n

$$y = f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}, \text{ com } n \in \mathbb{N} \text{ e } x \neq 0$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $\dfrac{1}{x^n} < \dfrac{1}{x^{n+1}}$.

(3) Se $1 < x$, então $\dfrac{1}{x^{n+1}} < \dfrac{1}{x^n}$.

Revisão: funções da forma x elevado a menos n

$$y = f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}, \text{ com } n \in \mathbb{N} \text{ e } x \neq 0$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $\dfrac{1}{x^n} < \dfrac{1}{x^{n+1}}$.

(3) Se $1 < x$, então $\dfrac{1}{x^{n+1}} < \dfrac{1}{x^n}$.

Revisão: funções da forma x elevado a menos n

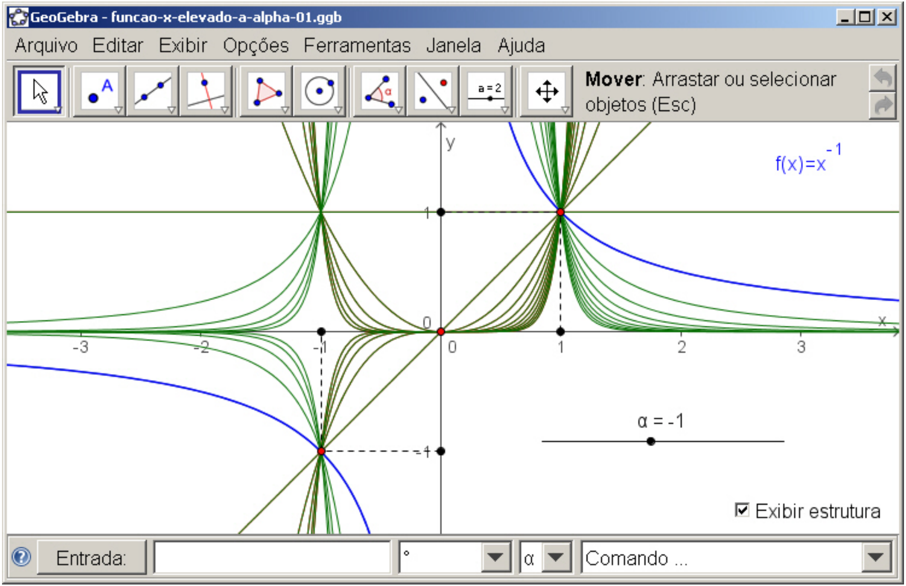
$$y = f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}, \text{ com } n \in \mathbb{N} \text{ e } x \neq 0$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $\dfrac{1}{x^n} < \dfrac{1}{x^{n+1}}$.

(3) Se $1 < x$, então $\dfrac{1}{x^{n+1}} < \dfrac{1}{x^n}$.

Revisão: funções da forma x elevado a α



Função secante

Função secante

$$f(x) = \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

Qual é o domínio natural da função secante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \cos(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pi/2 + k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função secante

$$f(x) = \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

Qual é o domínio natural da função secante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \cos(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pi/2 + k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função secante

$$f(x) = \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

Qual é o domínio natural da função secante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \cos(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pi/2 + k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função secante

$$f(x) = \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

Qual é o domínio natural da função secante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \cos(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pi/2 + k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

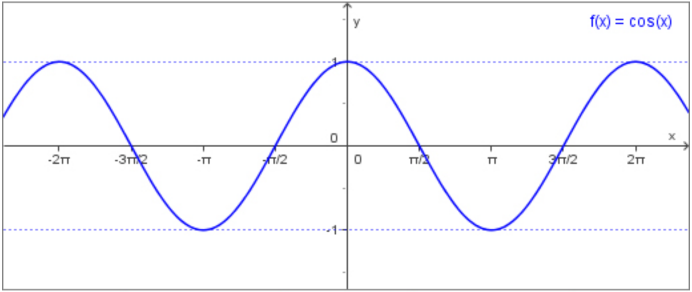
Função secante

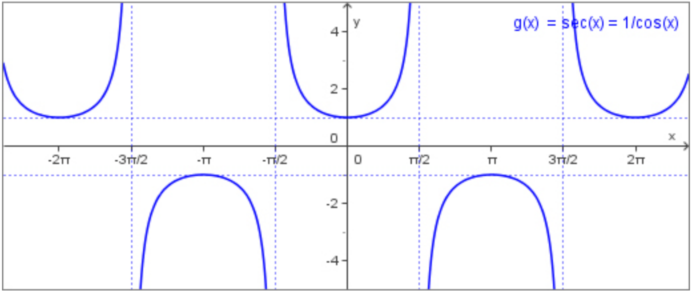
$$f(x) = \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

Qual é o domínio natural da função secante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \cos(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pi/2 + k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função secante





Função cossecante

Função cossecante

$$f(x) = \text{cossec}(x) = \frac{1}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cossecante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cossecante

$$f(x) = \text{cossec}(x) = \frac{1}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cossecante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cossecante

$$f(x) = \text{cossec}(x) = \frac{1}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cossecante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cossecante

$$f(x) = \text{cossec}(x) = \frac{1}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cossecante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

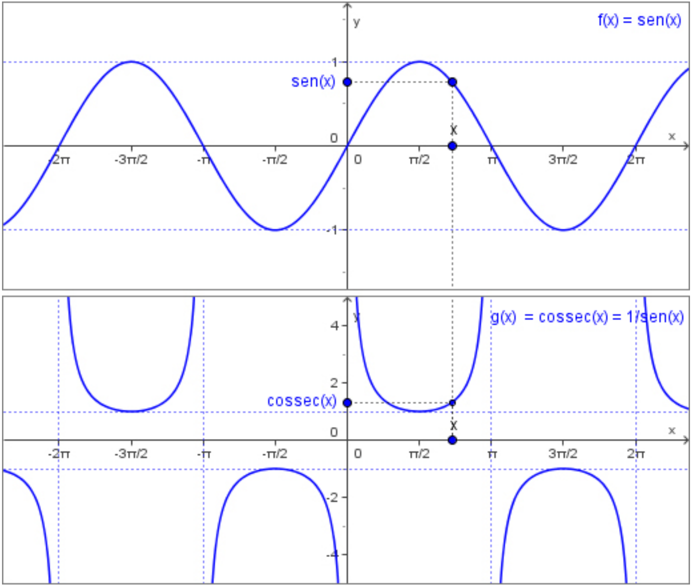
Função cossecante

$$f(x) = \text{cossec}(x) = \frac{1}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cossecante?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{ sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cossecante



Função cotangente

Função cotangente

$$f(x) = \operatorname{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cotangente?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cotangente

$$f(x) = \operatorname{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cotangente?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cotangente

$$f(x) = \text{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cotangente?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cotangente

$$f(x) = \text{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cotangente?

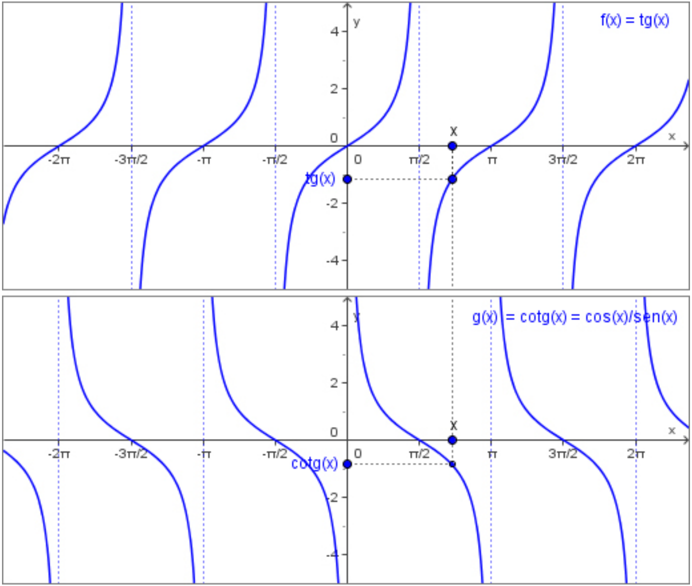
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

$$f(x) = \text{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$$

Qual é o domínio natural da função cotangente?

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{ sen}(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k \cdot \pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$$

Função cossecante



Novas funções a partir de antigas: composição de funções

Definição

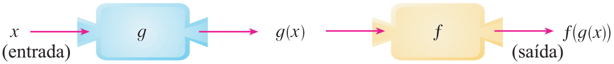
Sejam $f\colon D_f \to C_f$ e $g\colon D_g \to C_g$ duas funções reais tais que $C_g \subset D_f$. A composição de f e g é a função $f \circ g\colon D_g \to C_f$ definida por:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

Definição

Sejam $f\colon D_f \to C_f$ e $g\colon D_g \to C_g$ duas funções reais tais que $C_g \subset D_f$. A composição de f e g é a função $f \circ g\colon D_g \to C_f$ definida por:

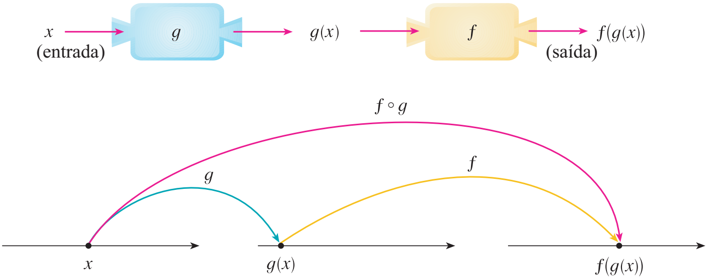
$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$



Definição

Sejam $f\colon D_f \to C_f$ e $g\colon D_g \to C_g$ duas funções reais tais que $C_g \subset D_f$. A composição de f e g é a função $f \circ g\colon D_g \to C_f$ definida por:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$



Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 3}.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 3}.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 3}.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 3}.$$

Exemplo

$$f(x) = x^2 + 3, \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

$$(f \circ g)(x) = x + 3, \qquad (g \circ f)(x) = \sqrt{x^2 + 3}.$$

Moral: (em geral) $f \circ g \neq g \circ f$.

A operação de composição de funções não é comutativa!

Identificando composições

$$h(x) = (x^2 + 1)^{10} = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = x^{10} \qquad \text{e} \qquad g(x) = x^2 + 1.$$

$$h(x) = (x^2 + 1)^{10} = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = x^{10} \qquad \text{e} \qquad g(x) = x^2 + 1.$$

$$h(x) = \text{tg}(x^5) = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = \text{tg}(x) \qquad \text{e} \qquad g(x) = x^5.$$

$$h(x) = \text{tg}(x^5) = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = \text{tg}(x) \qquad \text{e} \qquad g(x) = x^5.$$

Identificando composições

$$h(x) = \sqrt{4 - 3\,x} = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad \text{e} \qquad g(x) = 4 - 3\,x.$$

Identificando composições

$$h(x) = \sqrt{4 - 3\,x} = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad \text{e} \qquad g(x) = 4 - 3\,x.$$

Identificando composições

$$h(x) = 8 + \sqrt{x} = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = 8 + x \qquad \text{e} \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

Identificando composições

$$h(x) = 8 + \sqrt{x} = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = 8 + x \qquad \text{e} \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

Identificando composições

$$h(x) = 1/(x+1) = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = 1/x \qquad \text{e} \qquad g(x) = x + 1.$$

Identificando composições

$$h(x) = 1/(x+1) = (f \circ g)(x)$$

onde

$$f(x) = 1/x \qquad \text{e} \qquad g(x) = x + 1.$$