Cálculo I

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Aula 8

7 de abril de 2009

Limites no infinito e assíntotas horizontais

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
1	$0.000000000\ldots$
10	$0.980198019\ldots$
100	$0.999800020\ldots$
1000	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

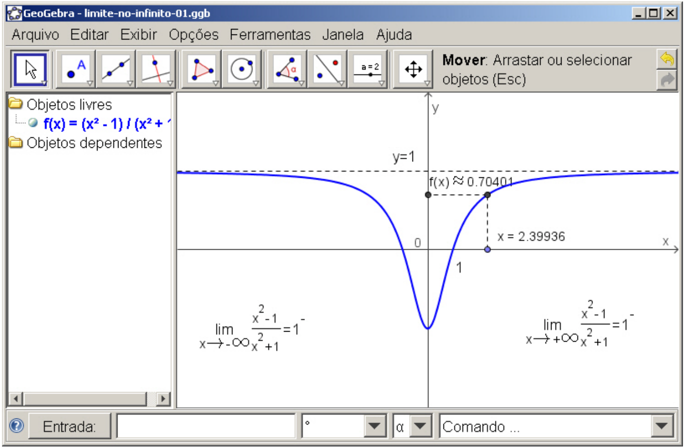
Exemplo

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

x	$q(x)$
$+1$	$0.000000000\ldots$
$+10$	$0.980198019\ldots$
$+100$	$0.999800020\ldots$
$+1000$	$0.999998000\ldots$

x	$q(x)$
-1	$0.000000000\ldots$
-10	$0.980198019\ldots$
-100	$0.999800020\ldots$
-1000	$0.999998000\ldots$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = 1^- \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = 1^-.$$



Exemplo

Como justificar que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1} = 1^-$?

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}$$

Agora, como $x\to+\infty$, segue-se que $1/x^2 \to 0^+$. Portanto, $1-1/x^2 \to 1^-$ e $1+1/x^2 \to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

Como justificar que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-1}{x^2+1} = 1^-$?

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to 0^+$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to 1^-$ e $1 + 1/x^2 \to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

Como justificar que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-1}{x^2+1} = 1^-$?

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to 0^+$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to 1^-$ e $1 + 1/x^2 \to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

Como justificar que $\displaystyle \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1^-$?

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to$ e $1 + 1/x^2 \to$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

$$\text{Como justificar que } \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1^-?$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to$ e $1 + 1/x^2 \to$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

$$\text{Como justificar que } \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = 1^-?$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\dfrac{x^2 - 1}{x^2}}{\dfrac{x^2 + 1}{x^2}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \dfrac{1}{x^2}}{1 + \dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to 0^+$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to 1^-$ e $1 + 1/x^2 \to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \dfrac{1}{x^2}}{1 + \dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

Como justificar que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1}=1^-$?

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x\to+\infty$, segue-se que $1/x^2\to 0^+$. Portanto, $1-1/x^2\to 1^-$ e $1+1/x^2\to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=1^-.$$

Exemplo

Como justificar que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-1}{x^2+1} = 1^-$?

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to 0^+$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to 1^-$ e $1 + 1/x^2 \to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

$$\text{Como justificar que } \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1^-?$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to 0^+$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to 1^-$ e $1 + 1/x^2 \to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

$$\text{Como justificar que } \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1^- ?$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x \to +\infty$, segue-se que $1/x^2 \to 0^+$. Portanto, $1 - 1/x^2 \to 1^-$ e $1 + 1/x^2 \to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 1^-.$$

Exemplo

Como justificar que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1}=1^-$?

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}.$$

Agora, como $x\to+\infty$, segue-se que $1/x^2\to 0^+$. Portanto, $1-1/x^2\to 1^-$ e $1+1/x^2\to 1^+$. Conseqüentemente,

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=1^-.$$

Limite no infinito (de um ponto de vista informal)

Definição

Seja f uma função definida em algum intervalo da forma $(a, +\infty)$. Dizemos que

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$$

se podemos fazer os valores de $f(x)$ ficarem arbitrariamente próximos do número L tomando-se x suficientemente grande.

Definição

Seja f uma função definida em algum intervalo da forma $(-\infty, a)$. Dizemos que

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$$

se podemos fazer os valores de $f(x)$ ficarem arbitrariamente próximos do número L tomando-se x suficientemente grande em valor absoluto, mas negativo.

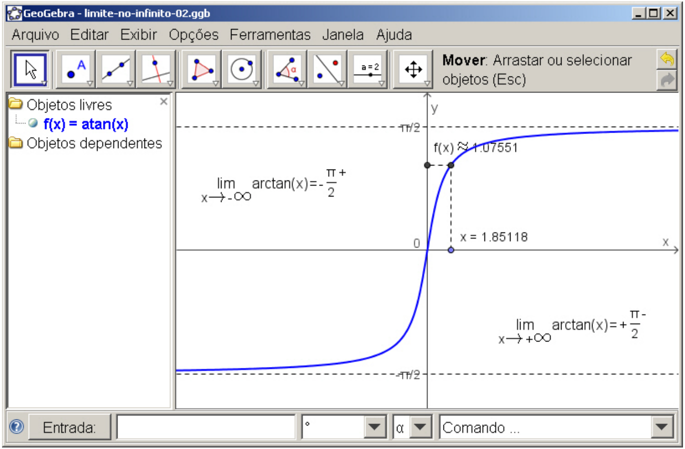
Definição

A reta $y = L$ é uma assíntota horizontal do gráfico de $y = f(x)$ se pelo menos uma das seguintes condições estiver satisfeita:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = L, \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = L.$$

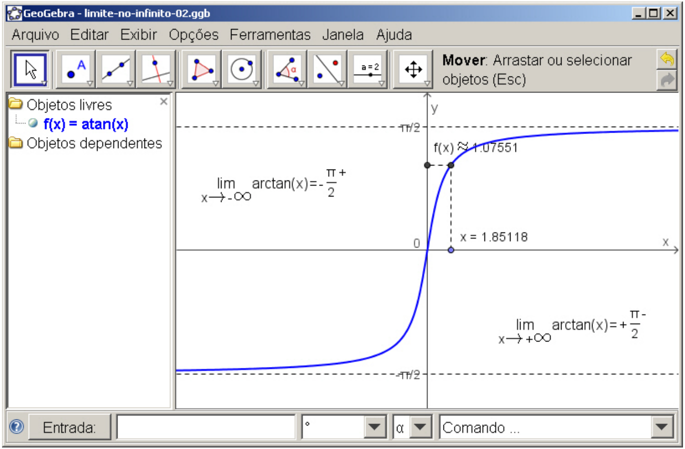
Exemplo

$y = +\frac{\pi}{2}$ é uma assíntota horizontal de $y = \arctan(x)$, pois $\lim_{x \to +\infty} \arctan(x) = +\frac{\pi}{2}^{-}$.



Exemplo

$y = -\frac{\pi}{2}$ é uma assíntota horizontal de $y = \arctan(x)$, pois $\lim_{x \to -\infty} \arctan(x) = -\frac{\pi}{2}^{+}$.



Exemplo

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3\,x^2 - x - 2}{5\,x^2 + 4\,x + 1} \quad = \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{3\,x^2 - x - 2}{x^2}}{\dfrac{5\,x^2 + 4\,x + 1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}}$$

$$= \quad \frac{3 - 0 - 0}{5 + 0 + 0} = \frac{3}{5}^{-}.$$

Note que, para x suficientemente grande,

$$3 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} < 3 \qquad \text{e} \qquad 5 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} > 5,$$

logo

$$\frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}} < \frac{3}{5}.$$

Exemplo

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3\,x^2 - x - 2}{5\,x^2 + 4\,x + 1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{3\,x^2 - x - 2}{x^2}}{\dfrac{5\,x^2 + 4\,x + 1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{3 - 0 - 0}{5 + 0 + 0} = \frac{3}{5}^{-}.$$

Note que, para x suficientemente grande,

$$3 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} < 3 \qquad \text{e} \qquad 5 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} > 5,$$

logo

$$\frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}} < \frac{3}{5}.$$

Exemplo

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3\,x^2 - x - 2}{5\,x^2 + 4\,x + 1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{3\,x^2 - x - 2}{x^2}}{\dfrac{5\,x^2 + 4\,x + 1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{3-0-0}{5+0+0} = \frac{3}{5}^{-}.$$

Note que, para x suficientemente grande,

$$3 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} < 3 \qquad \text{e} \qquad 5 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} > 5,$$

logo

$$\frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}} < \frac{3}{5}.$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3\,x^2-x-2}{5\,x^2+4\,x+1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{3\,x^2-x-2}{x^2}}{\dfrac{5\,x^2+4\,x+1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{3-\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{5+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{3-0-0}{5+0+0} = \frac{3}{5}.$$

Note que, para x suficientemente grande,

$$3-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}<3 \qquad \text{e} \qquad 5+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}>5,$$

logo

$$\frac{3-\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{5+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}<\frac{3}{5}.$$

Exemplo

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3\,x^2 - x - 2}{5\,x^2 + 4\,x + 1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{3\,x^2 - x - 2}{x^2}}{\dfrac{5\,x^2 + 4\,x + 1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{3 - 0 - 0}{5 + 0 + 0} = \frac{3}{5}^{-}.$$

Note que, para x suficientemente grande,

$$3 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} < 3 \qquad \text{e} \qquad 5 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} > 5,$$

logo

$$\frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}} < \frac{3}{5}.$$

Exemplo

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3\,x^2 - x - 2}{5\,x^2 + 4\,x + 1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{3\,x^2 - x - 2}{x^2}}{\dfrac{5\,x^2 + 4\,x + 1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{3 - 0 - 0}{5 + 0 + 0} = \frac{3}{5}^{-}.$$

Note que, para x suficientemente grande,

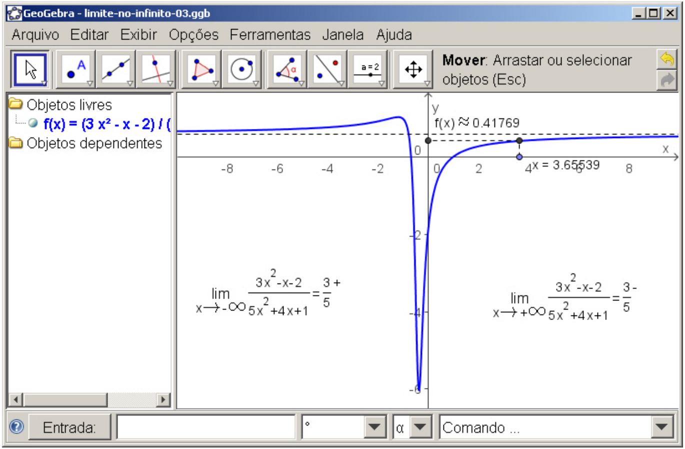
$$3 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} < 3 \qquad \text{e} \qquad 5 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} > 5,$$

logo

$$\frac{3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}}{5 + \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2}} < \frac{3}{5}.$$

Exemplo

$y = \dfrac{3}{5}$ é uma assíntota horizontal de $y = \dfrac{3\,x^2 - x - 2}{5\,x^2 + 4\,x + 1}$, pois $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{3\,x^2 - x - 2}{5\,x^2 + 4\,x + 1} = \frac{3}{5}^{-}$.



Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\stackrel{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = x$ para $x > 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

(∗) pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

(∗) pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x \to -\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x \to -\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

(∗) pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x \to -\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x \to -\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

Exemplo

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\stackrel{(*)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

$(*)$ pois $\sqrt{x^2} = -x$ para $x < 0$.

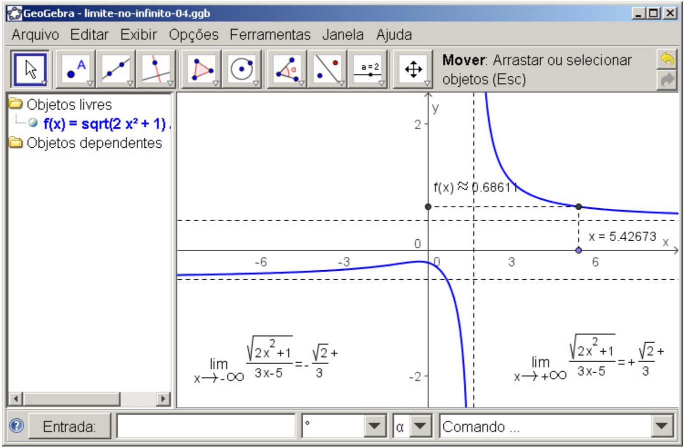
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5}$$

$$\overset{(*)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3\,x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{x}}{\dfrac{3\,x-5}{x}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\dfrac{1}{x^2}}}{3-\dfrac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}^{+}.$$

Logo, $y = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ é uma assíntota horizontal de $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}$.

$$y = -\frac{\sqrt{2}}{3} \text{ e } y = -\frac{\sqrt{2}}{3} \text{ são as assíntotas horizontais de } y = \frac{\sqrt{2\,x^2+1}}{3\,x-5}.$$



Exemplo

$$\text{Calcule } \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) &= \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x}\\
&= \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\\
&= 0^+.
\end{aligned}$$

Exemplo

$$\text{Calcule} \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x) &= \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x}\\
&= \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\\
&= 0^+.
\end{aligned}$$

Exemplo

$$\text{Calcule } \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x) &= \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x} \\
&= \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} \\
&= 0^+.
\end{aligned}$$

Exemplo

$$\text{Calcule } \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) &= \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x}\\
&= \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\\
&= 0^+.
\end{aligned}$$

Exemplo

$$\text{Calcule} \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x) &= \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x} \\
&= \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} \\
&= 0^+.
\end{aligned}$$

Exemplo

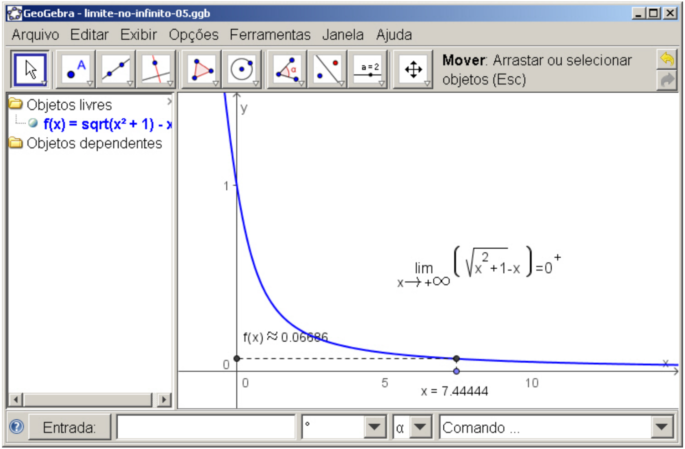
$$\text{Calcule } \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x) &= \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x} \\
&= \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} \\
&= 0^+.
\end{aligned}$$

Exemplo

$y = 0$ é assíntota horizontal de $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$.



Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} (x^2 - x).$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} (x^2 - x) = \lim_{x \to +\infty} x \cdot (x - 1) = +\infty,$$

pois $x \to +\infty$ e $x - 1 \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} (x^2 - x).$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} (x^2 - x) = \lim_{x \to +\infty} x \cdot (x - 1) = +\infty,$$

pois $x \to +\infty$ e $x - 1 \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} (x^2 - x).$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} (x^2 - x) = \lim_{x \to +\infty} x \cdot (x - 1) = +\infty,$$

pois $x \to +\infty$ e $x - 1 \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} (x^2 - x).$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} (x^2 - x) = \lim_{x \to +\infty} x \cdot (x - 1) = +\infty,$$

pois $x \to +\infty$ e $x - 1 \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} (x^2 - x).$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} (x^2 - x) = \lim_{x \to +\infty} x \cdot (x - 1) = +\infty,$$

pois $x \to +\infty$ e $x - 1 \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre} \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+x}{3-x}.$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+x}{3-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2+x}{x}}{\dfrac{3-x}{x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{\dfrac{3}{x}-1} = -\infty,$$

pois $x+1 \to +\infty$ e $3/x-1 \to -1$ quando $x \to +\infty$.

Exemplo

Encontre $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x}$.

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{x^2 + x}{x}}{\frac{3 - x}{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x + 1}{\frac{3}{x} - 1} = -\infty,$$

pois $x + 1 \to +\infty$ e $3/x - 1 \to -1$ quando $x \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x}.$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\dfrac{x^2 + x}{x}}{\dfrac{3 - x}{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x + 1}{\dfrac{3}{x} - 1} = -\infty,$$

pois $x + 1 \to +\infty$ e $3/x - 1 \to -1$ quando $x \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+x}{3-x}.$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+x}{3-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\dfrac{x^2+x}{x}}{\dfrac{3-x}{x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{\dfrac{3}{x}-1} = -\infty,$$

pois $x+1 \to +\infty$ e $3/x - 1 \to -1$ quando $x \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x}.$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\dfrac{x^2 + x}{x}}{\dfrac{3 - x}{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x + 1}{\dfrac{3}{x} - 1} = -\infty,$$

pois $x + 1 \to +\infty$ e $3/x - 1 \to -1$ quando $x \to +\infty$.

Exemplo

$$\text{Encontre } \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x}.$$

Solução. Temos que

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\dfrac{x^2 + x}{x}}{\dfrac{3 - x}{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x + 1}{\dfrac{3}{x} - 1} = -\infty,$$

pois $x + 1 \to +\infty$ e $3/x - 1 \to -1$ quando $x \to +\infty$.