Cálculo I

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Aula 20

16 de junho de 2009

Na última aula

Teorema

Sejam $f \colon D \to C$ uma função e A um subconjunto do domínio D. Se $A = [a, b]$ é um intervalo fechado e limitado e f é contínua em A, então f possui pelo menos um ponto de mínimo global e pelo menos um ponto de máximo global em A.

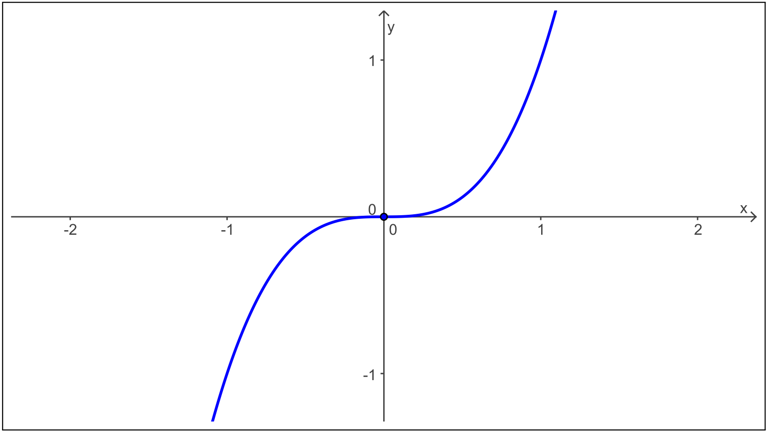
Teorema

Sejam $f\colon D \to C$ e A um subconjunto do domínio D. Se p é um extremo local de f em A, f é diferenciável em p e p é ponto interior de A, então p é um ponto crítico de f, isto é,

$$f'(p) = 0.$$

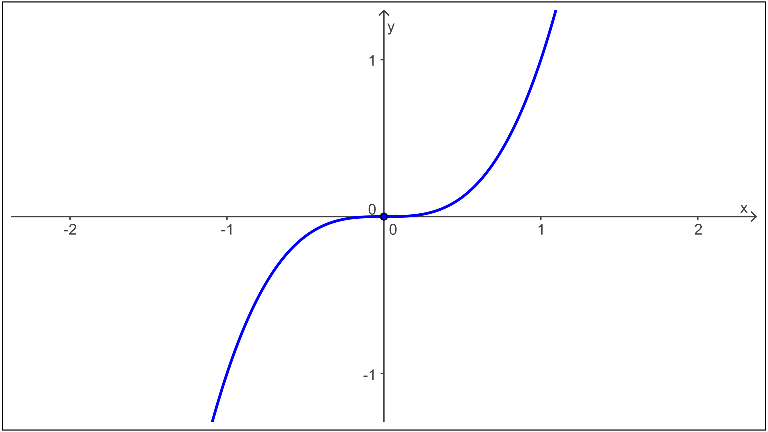
Classificando pontos críticos

A recíproca da regra de Fermat é falsa!
Nem todo ponto crítico de uma função é extremo local da função.



Cuidado!

$p = 0$ é ponto crítico de $y = f(x) = x^3$ (pois $f'(p) = f'(0) = 0$), mas $p = 0$ não é um extremo local de f em $A = \mathbb{R}$.



Precisamos de um classificador de pontos críticos!

Teorema

Sejam $f\colon D \to C$, A um subconjunto do domínio D e p é um ponto crítico de f no interior de A.

(1) Se $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p, então p é ponto de máximo local de f em A.

O teste da derivada primeira

Teorema

Sejam $f\colon D \to C$, A um subconjunto do domínio D e p é um ponto crítico de f no interior de A.

(1) Se $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p, então p é ponto de máximo local de f em A.

O teste da derivada primeira

Teorema

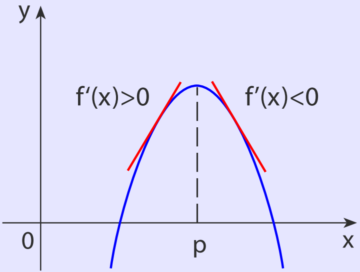
Sejam $f\colon D \to C$, A um subconjunto do domínio D e p é um ponto crítico de f no interior de A.

(1) Se $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p, então p é ponto de máximo local de f em A.

Teorema

Sejam $f\colon D \to C$, A um subconjunto do domínio D e p é um ponto crítico de f no interior de A.

(1) Se $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p, então p é ponto de máximo local de f em A.



Teorema

(2) Se $f'(x) < 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) > 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p, então p é ponto de mínimo local de f em A.

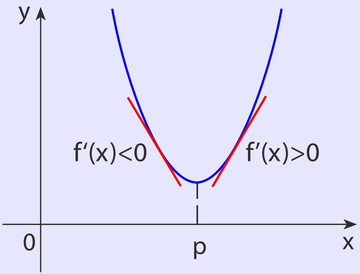
O teste da derivada primeira

Teorema

(2) Se $f'(x) < 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) > 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p, então p é ponto de mínimo local de f em A.

Teorema

(2) Se $f'(x) < 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) > 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p, então p é ponto de mínimo local de f em A.



O teste da derivada primeira

Teorema

(3) Se $f'(x) > 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.

Teorema

(3) Se $f'(x) > 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.

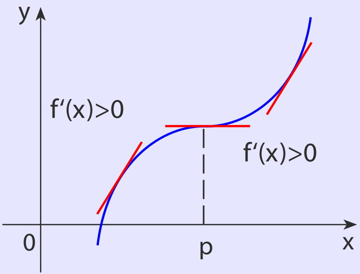
Teorema

(3) Se $f'(x) > 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.

O teste da derivada primeira

Teorema

(3) Se $f'(x) > 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) > 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.



O teste da derivada primeira

Teorema

(4) Se $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.

O teste da derivada primeira

Teorema

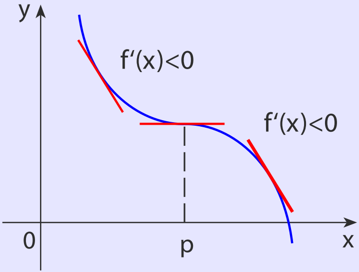
(4) Se $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.

Teorema

(4) Se $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.

Teorema

(4) Se $f'(x) < 0$ para todo x à direita de p e suficientemente próximo de p e $f'(x) < 0$ para todo x à esquerda de p e suficientemente próximo de p, então p não é ponto de mínimo local nem ponto de máximo local de f em A. Neste caso dizemos que p é um ponto de sela de f em A.



Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

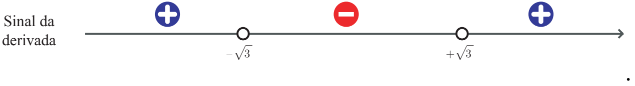
Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:



Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

.

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

.

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 9\,x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 9 = 3\,(x^2 - 3)$. Vamos estudar o sinal da derivada:

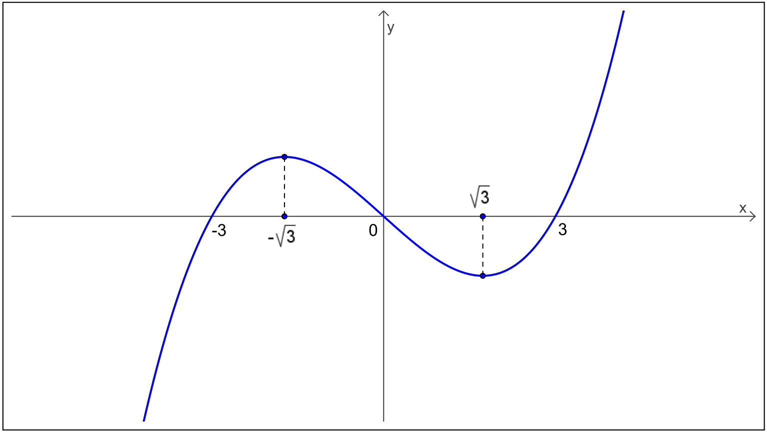
.

Como, no ponto crítico $p = -\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, segue-se que $p = -\sqrt{3}$ é um ponto de máximo local de f em $\mathbb{R}$. Como, no ponto crítico $p = +\sqrt{3}$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, segue-se que $p = +\sqrt{3}$ é um ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$. Note que estes extremos não são globais, pois

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty.$$

Exemplo: $y = f(x) = x^3 - 9\,x$, $A = \mathbb{R}$

A função f possui apenas extremos locais em A: $p = -\sqrt{3}$ é ponto de máximo local e $q = +\sqrt{3}$ é ponto de mínimo local de f em A.



Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x - 2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x-2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x-2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x-2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x - 2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x - 2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x-2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x-2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

.

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x-2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

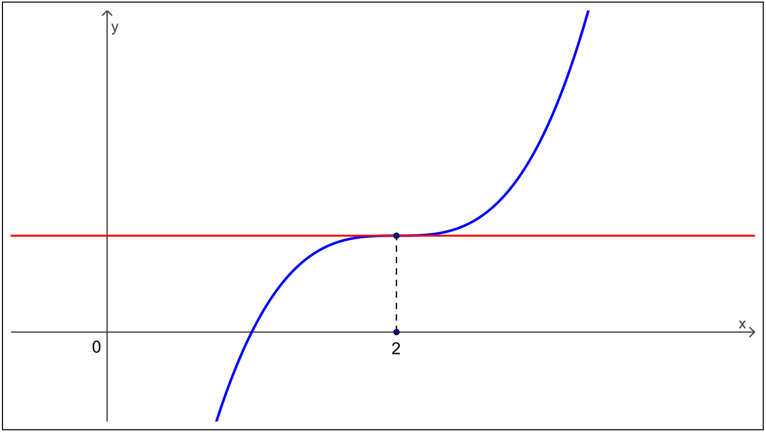
Exemplo

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x^3 - 6\,x^2 + 12\,x - 7$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Temos que $f'(x) = 3\,x^2 - 12\,x + 12 = 3\,(x-2)^2$. Vamos estudar o sinal da derivada:

Como, no ponto crítico $p = 2$, o sinal da derivada não muda, segue-se que $p = 2$ é um ponto de sela de f em $\mathbb{R}$.

A função f não possui apenas extremos locais nem extremos globais em A.
O ponto crítico $p = 2$ é um ponto de sela de f.



Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\,e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Já vimos que $f'(x) = (x+1)\,e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:

Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.

Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\, e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Já vimos que $f'(x) = (x + 1)\, e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:

Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.

Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\,e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Já vimos que $f'(x) = (x+1)\,e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:

Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.

Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\,e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Já vimos que $f'(x) = (x+1)\,e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:

Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.

Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\,e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

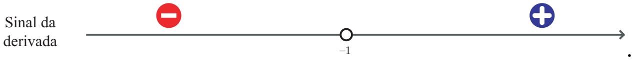
Solução. Já vimos que $f'(x) = (x+1)\,e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:

Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.

Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\, e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Já vimos que $f'(x) = (x+1)\, e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:

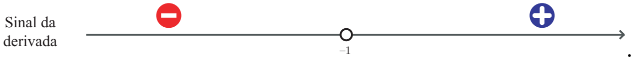


Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.

Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\,e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Já vimos que $f'(x) = (x+1)\,e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:

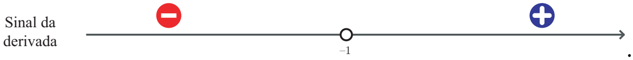


Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.

Exercício

Calcule os pontos críticos de $y = f(x) = x\, e^x$ e classifique-os como ponto de máximo local, ponto de mínimo local ou ponto de sela.

Solução. Já vimos que $f'(x) = (x + 1)\, e^x$. Também já estudamos o sinal da derivada de f:



Assim, $p = -1$ é o único ponto crítico de f. Como, no ponto crítico $p = -1$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em $\mathbb{R}$.