

Cálculo I

Humberto José Bortolossi

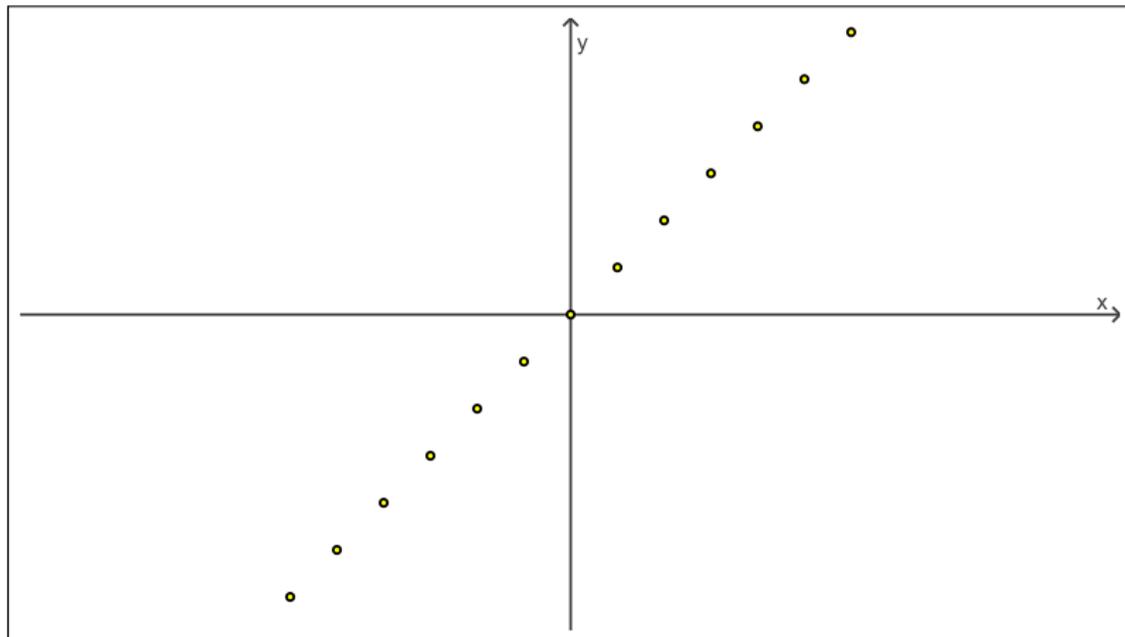
Departamento de Matemática Aplicada
Universidade Federal Fluminense

Aula 22

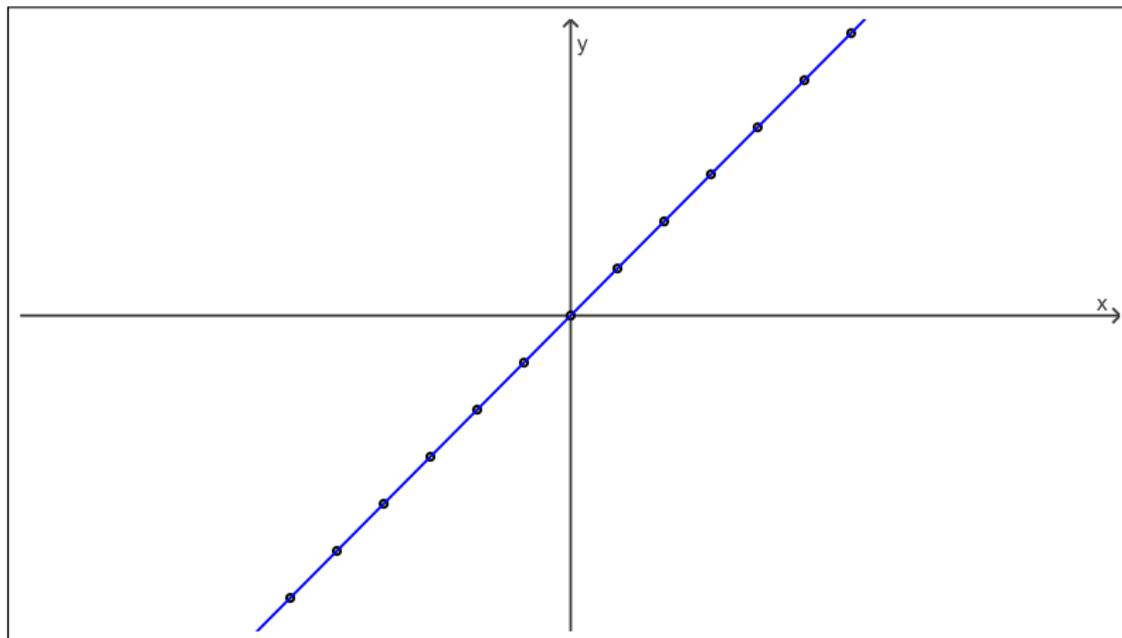
23 de junho de 2009

Como fazer um bom esboço do gráfico de uma função?

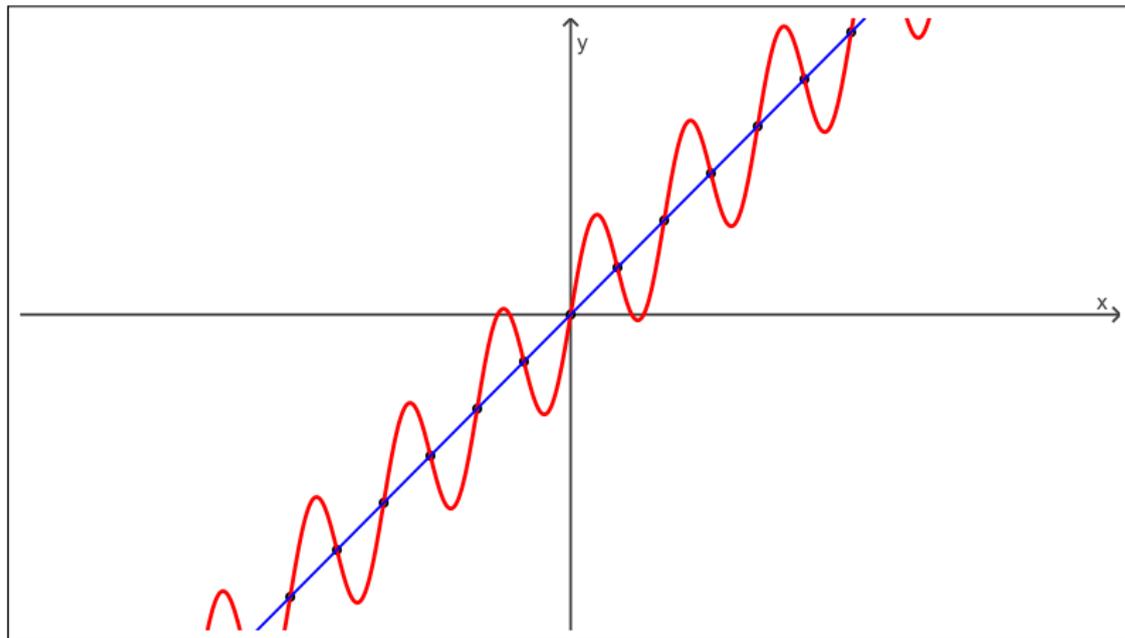
Cuidado: usar tabelas pode não ser suficiente!



Cuidado: usar tabelas pode não ser suficiente!



Cuidado: usar tabelas pode não ser suficiente!

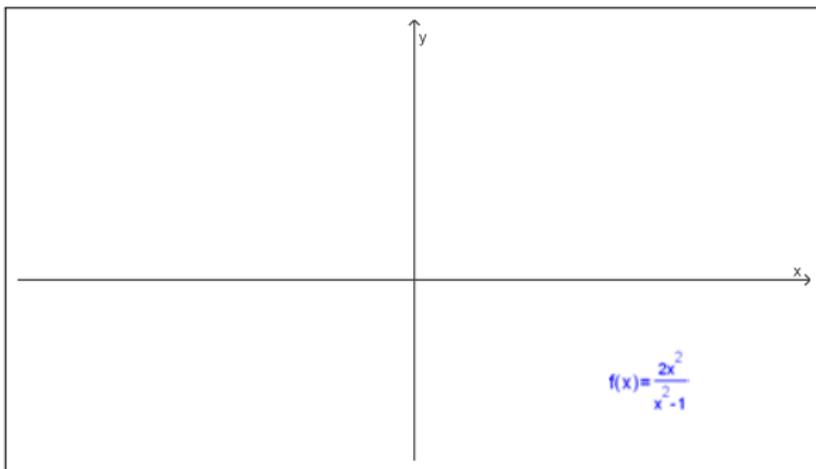


Usando cálculo para fazer esboços de gráficos de funções

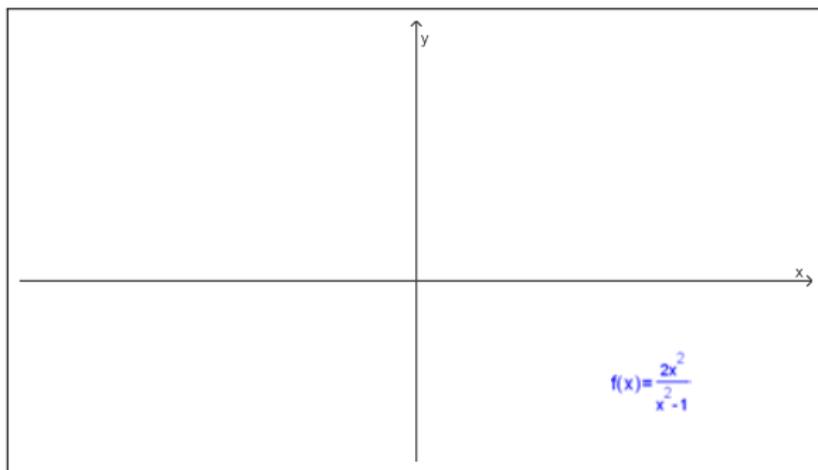
- (1) Domínio da função.
- (2) Interseção do gráfico da função com os eixos coordenados.
- (3) Simetrias: função par, função ímpar, função periódica.
- (4) Assíntotas horizontais e verticais.
- (5) Pontos onde a função não é derivável.
- (6) Intervalos de crescimento e decrescimento.
- (7) Máximos e mínimos locais.
- (8) Concavidade e pontos de inflexão.

$$y = f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

(1) Domínio da função

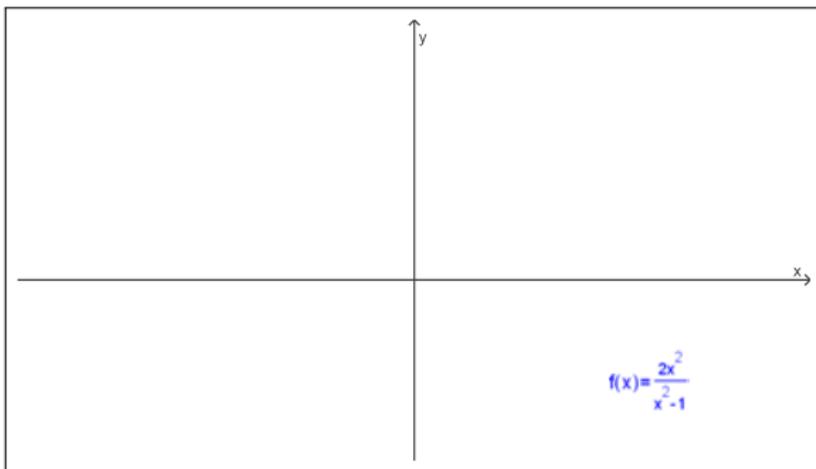


(1) Domínio da função



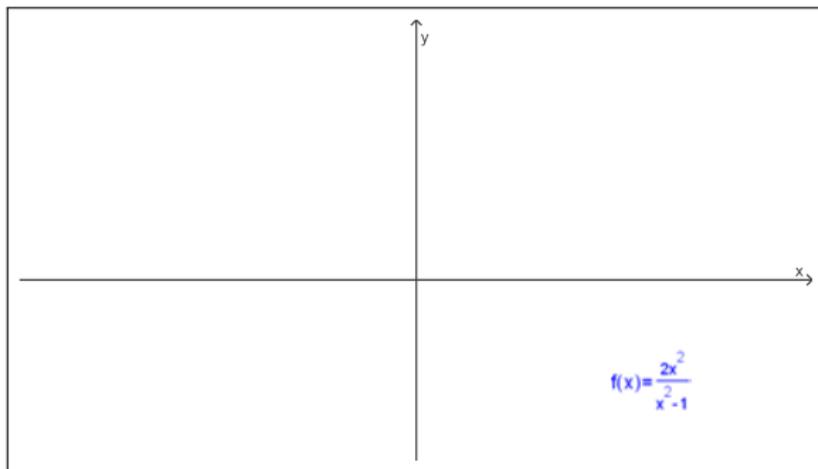
O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

(1) Domínio da função



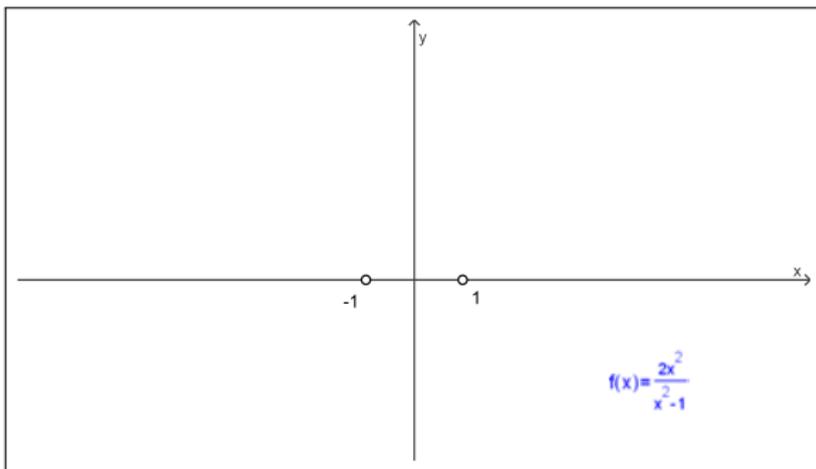
O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

(1) Domínio da função



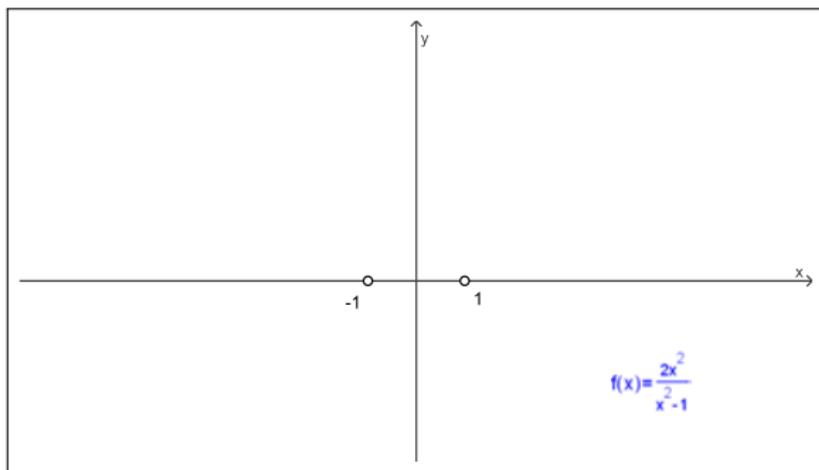
O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

(1) Domínio da função



O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

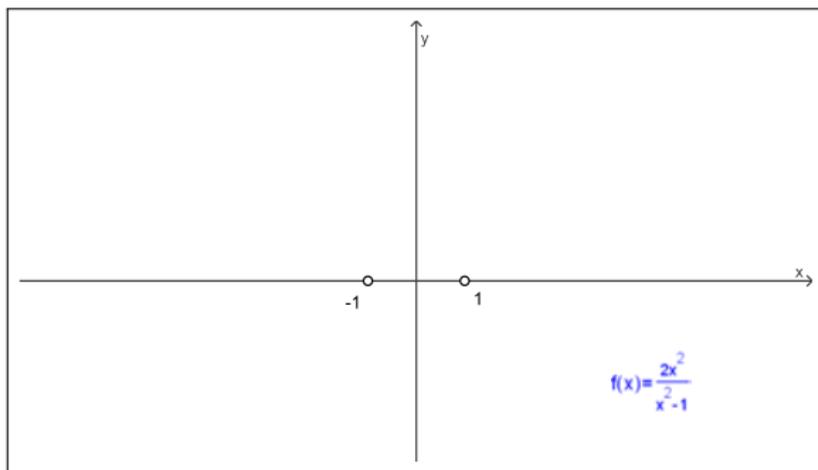


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

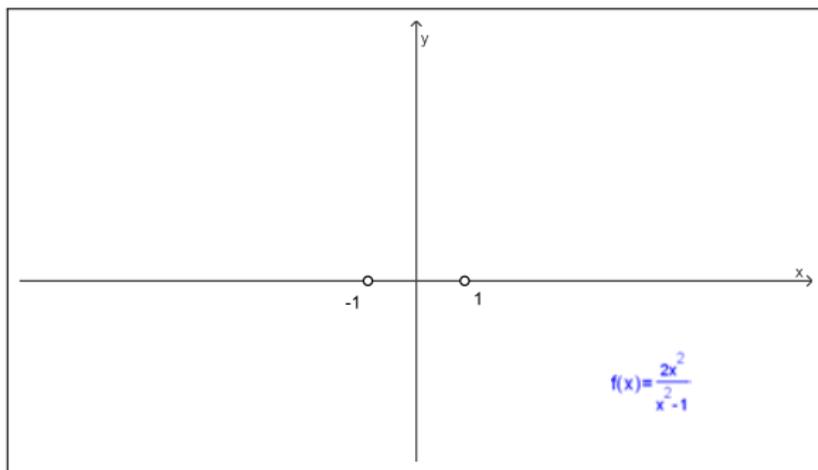


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

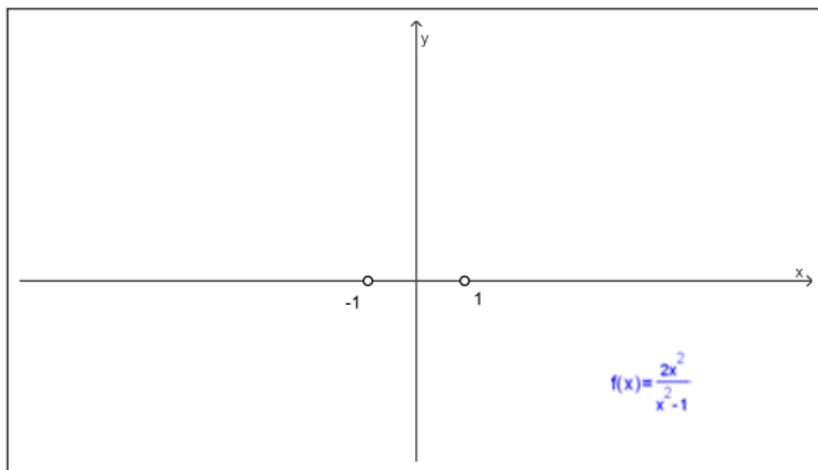


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

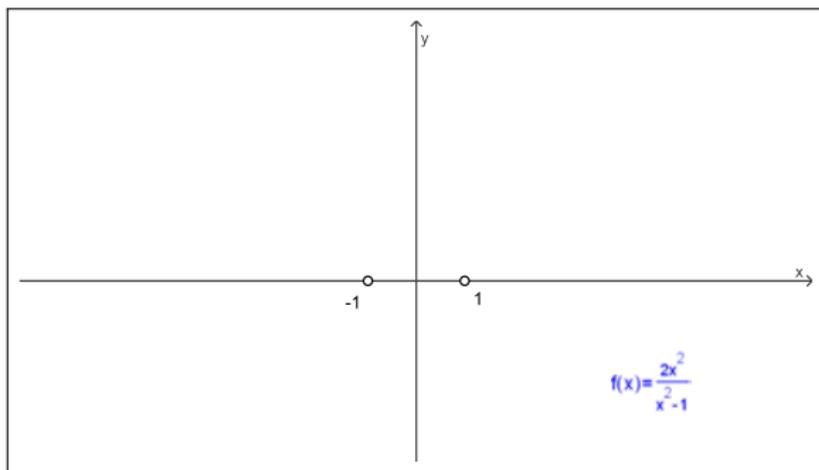


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

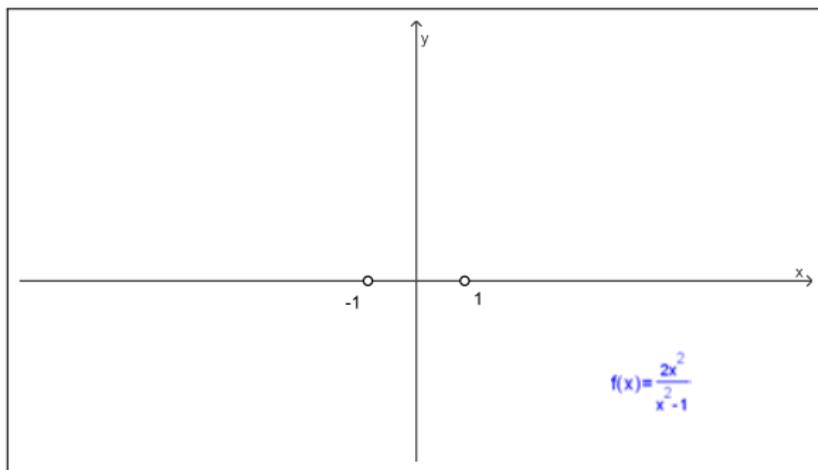


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

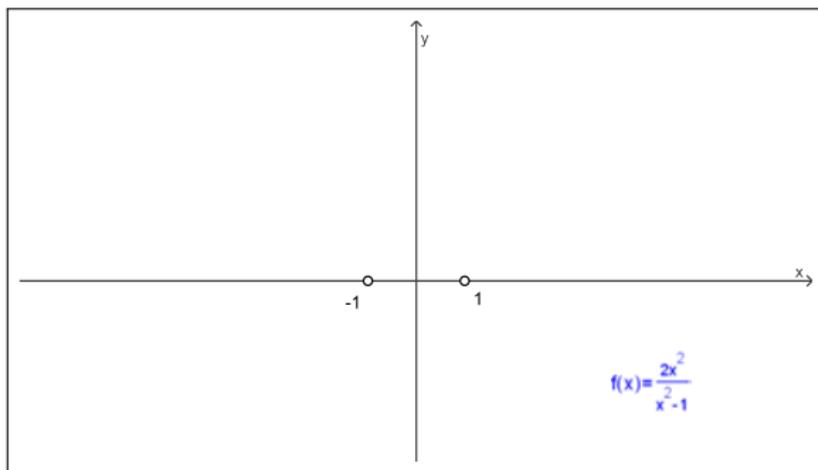


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

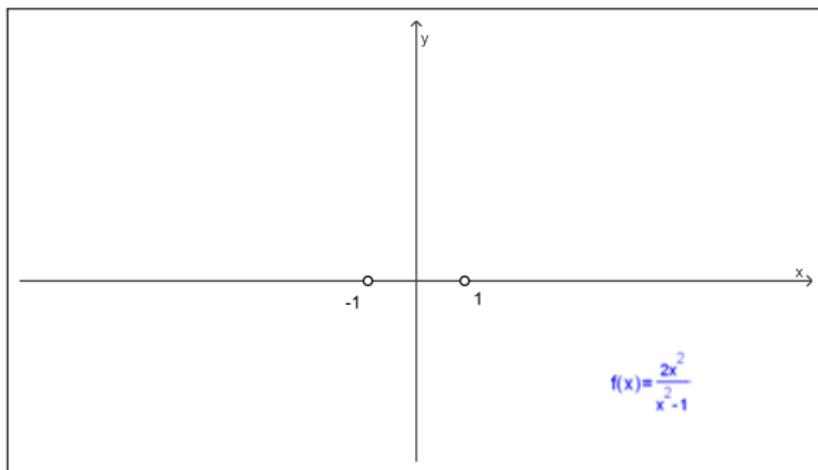


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0,0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2-1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0,0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

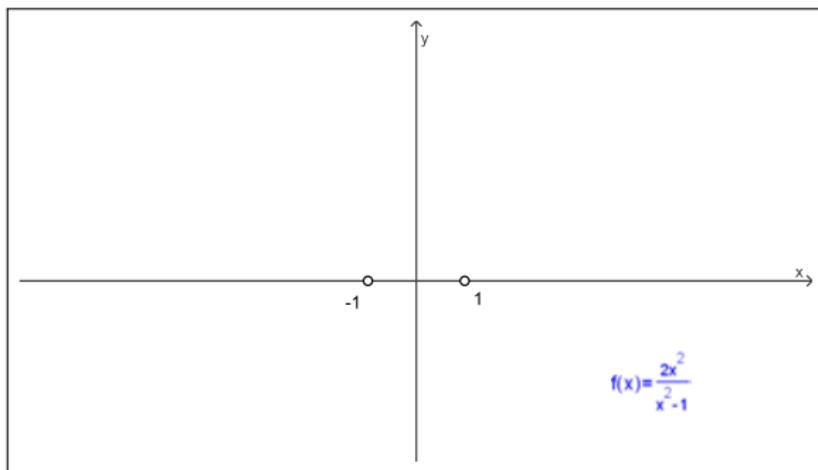


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2-1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

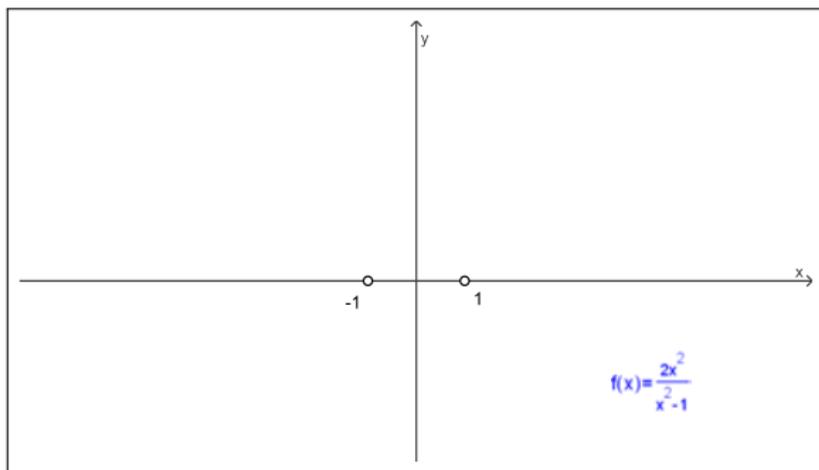


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0,0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2-1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0,0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

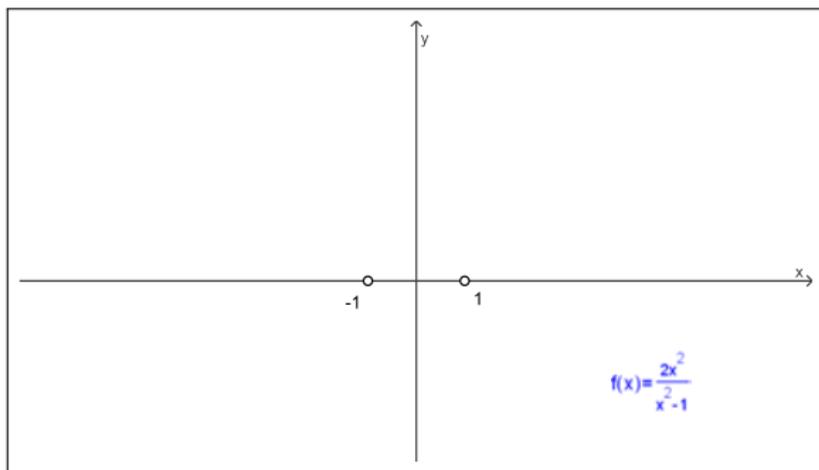


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0,0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2-1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0,0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

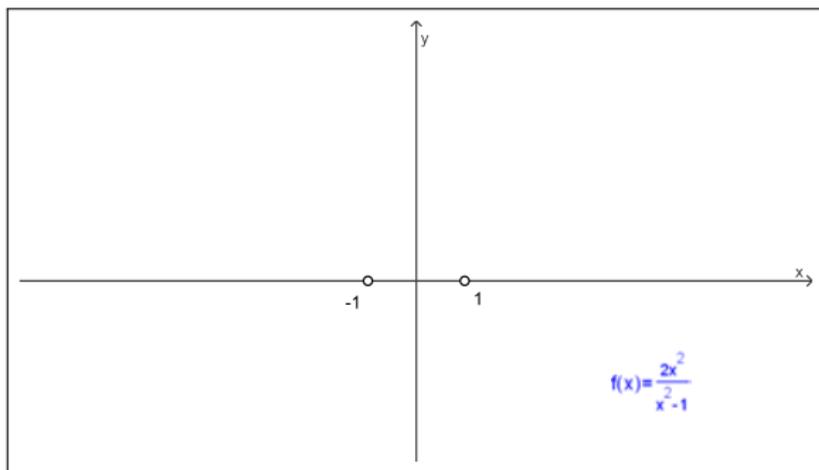


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0,0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0,0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

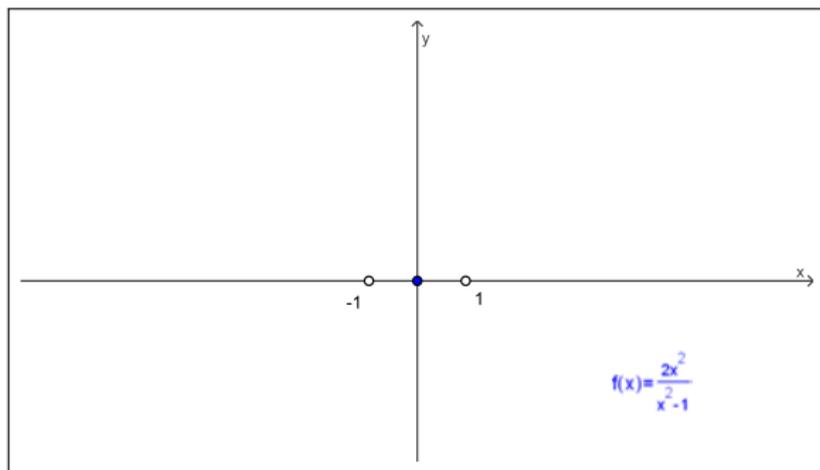


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

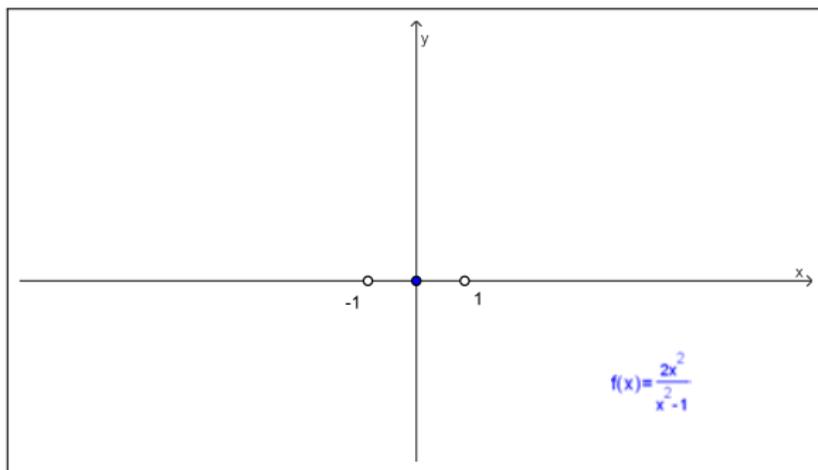


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0,0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

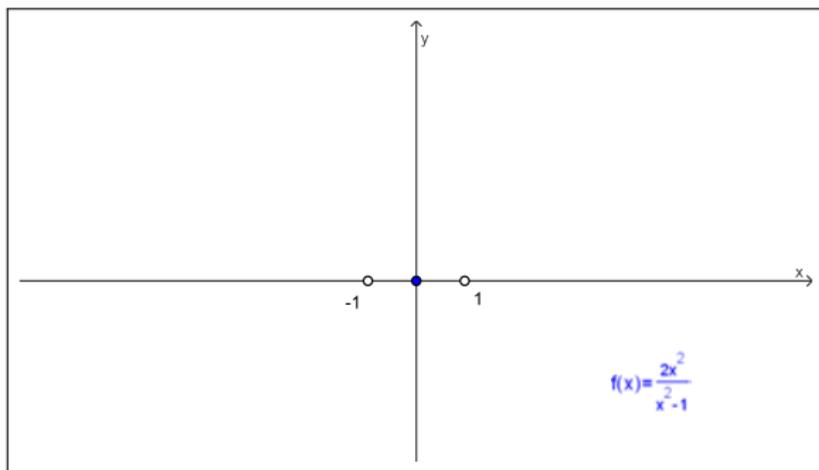
Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0,0)$.

(3) Simetrias



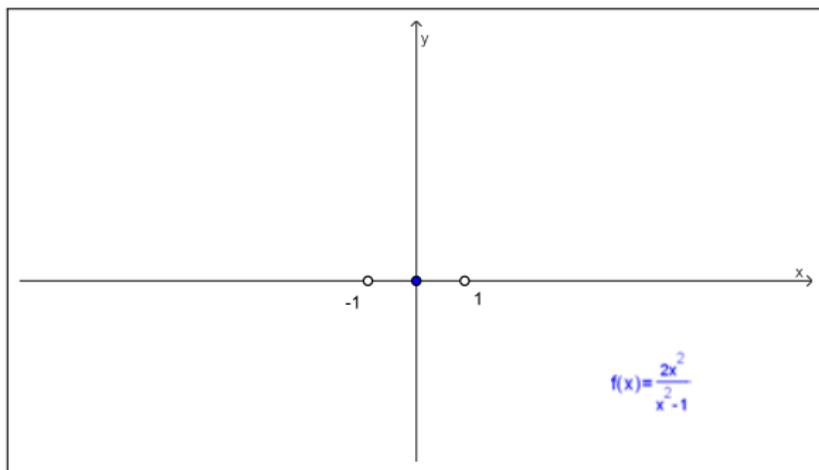
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



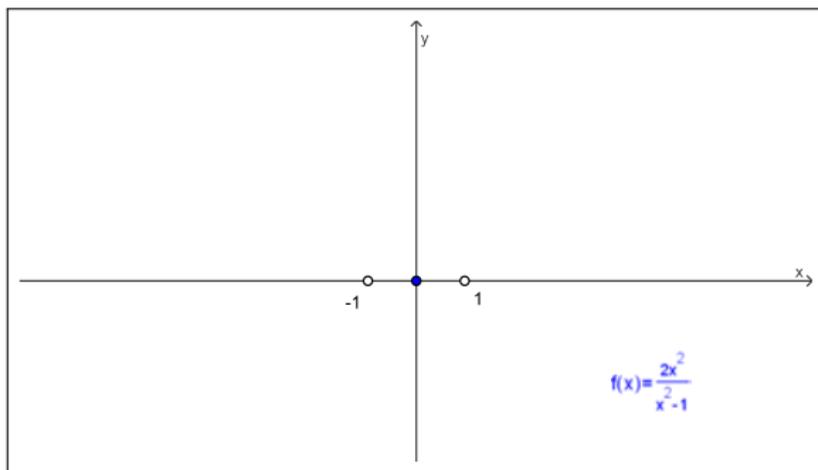
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



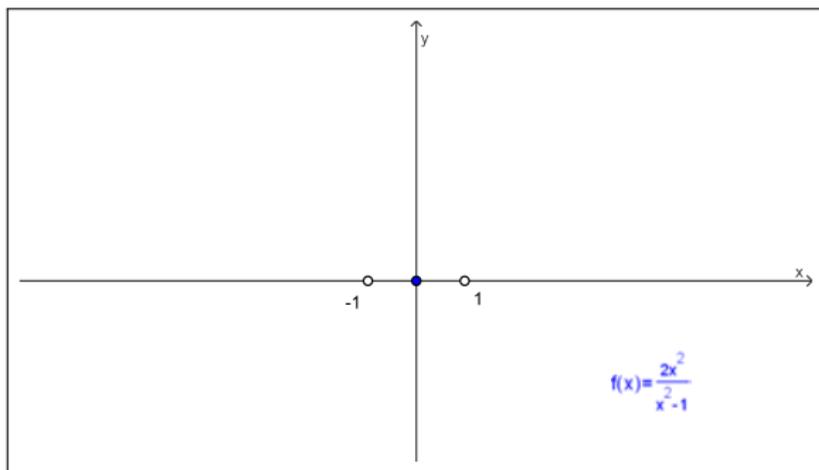
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



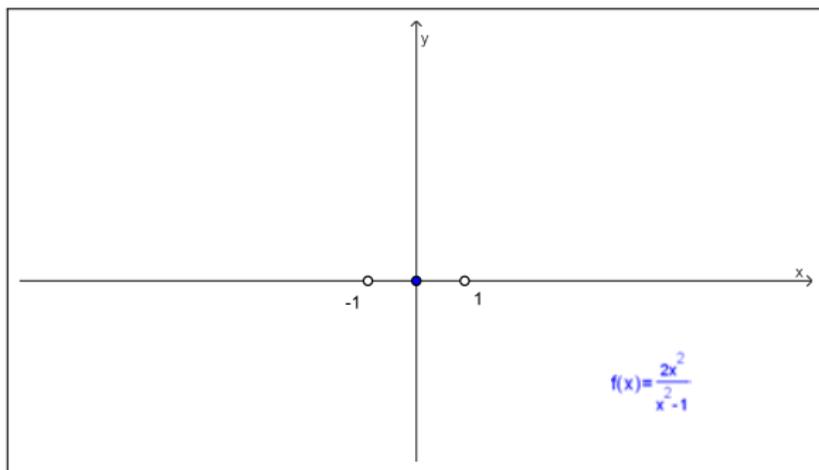
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



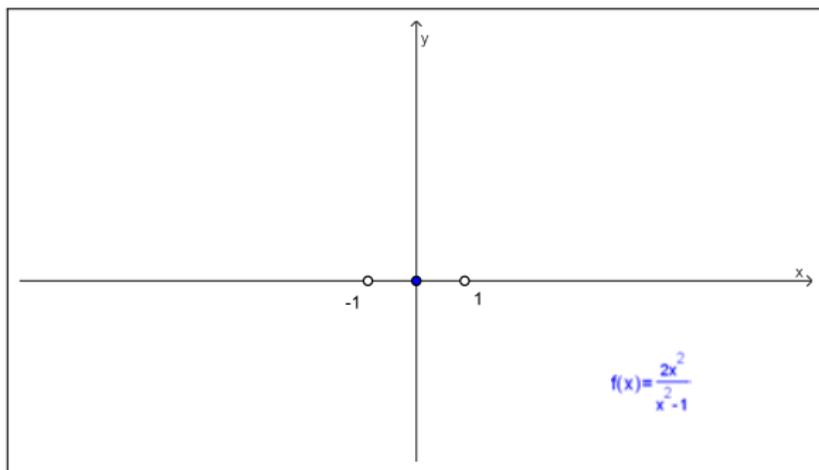
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



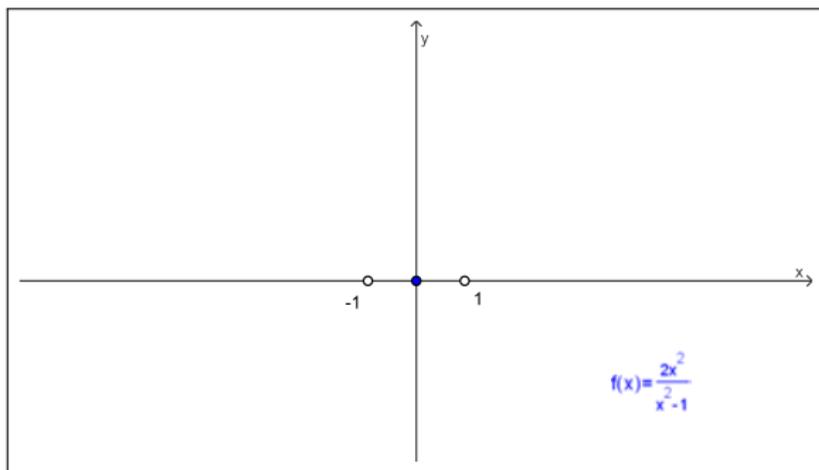
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



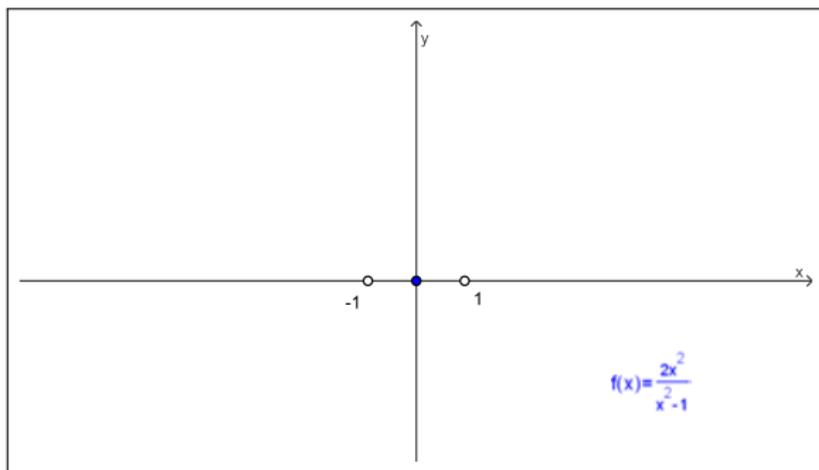
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



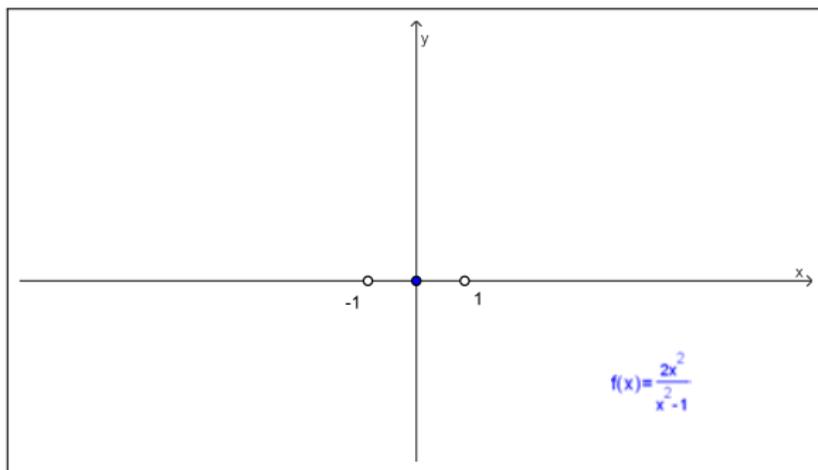
Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(3) Simetrias



Como $f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x), \forall x \in D$, concluímos que a função f é par. Logo, o seu gráfico é simétrico com relação ao eixo y . A função f não é ímpar, pois $f(-2) = 8/3 \neq -8/3 = -f(2)$.

(4) Assíntotas

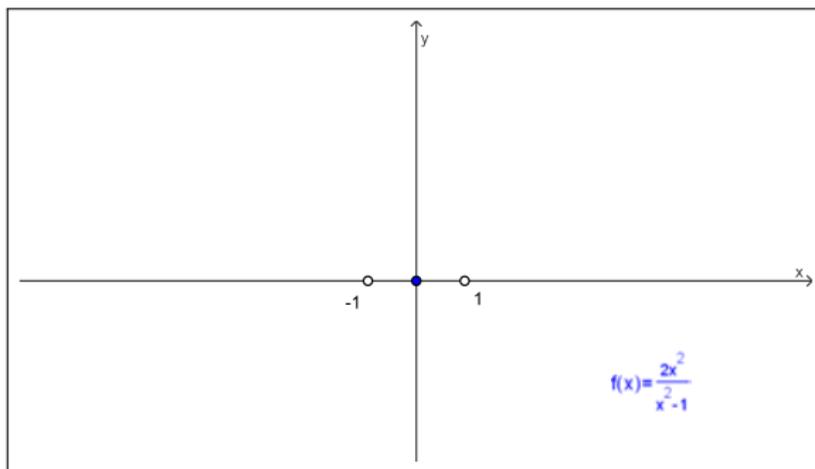


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

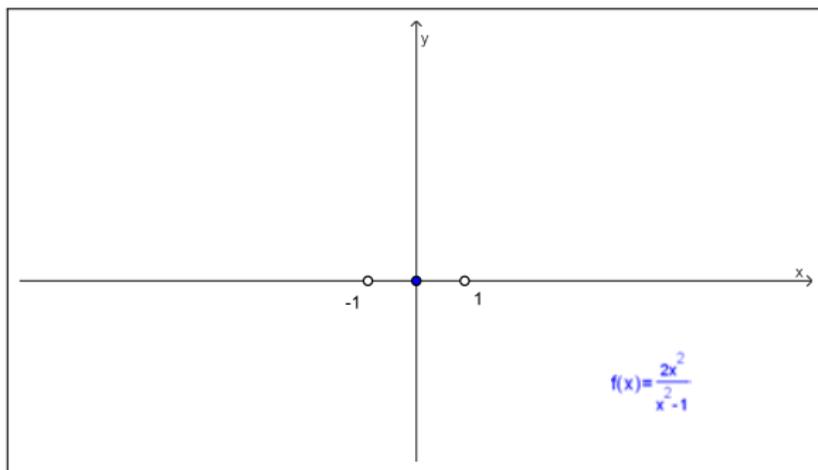


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{\frac{x^2}{x^2} - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

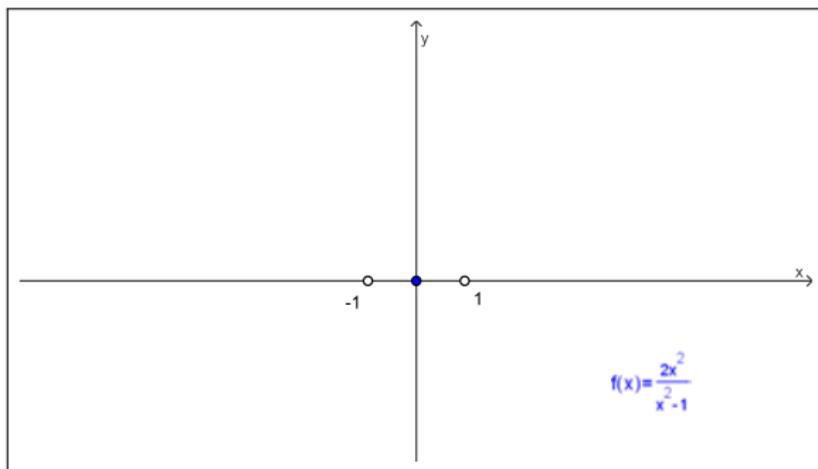


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2} \frac{1}{1 - \frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

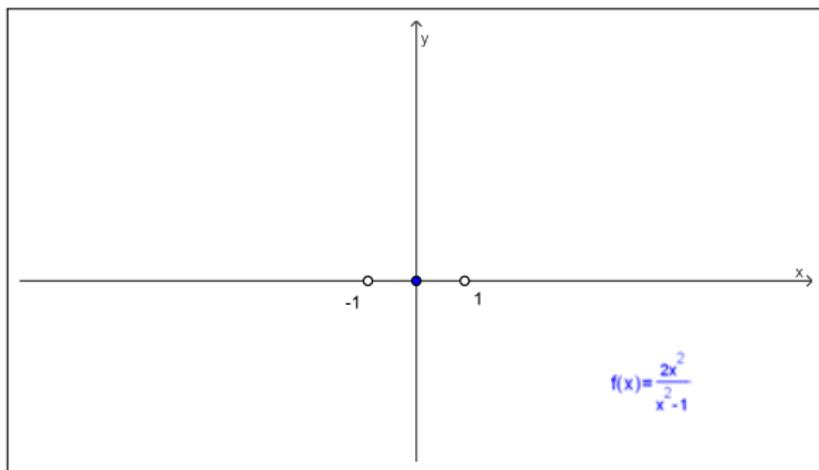


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{\frac{x^2}{1 - \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

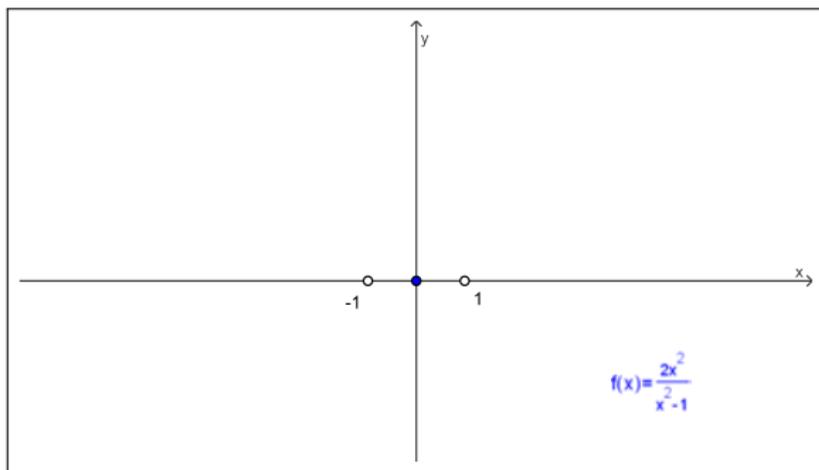


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

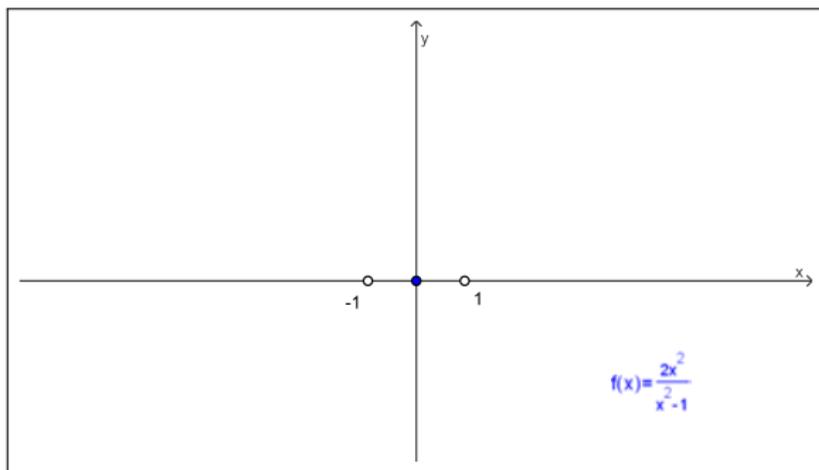


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

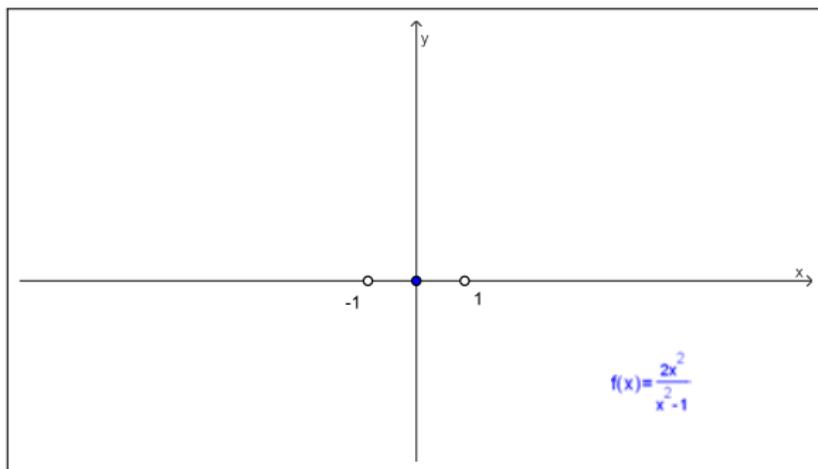


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

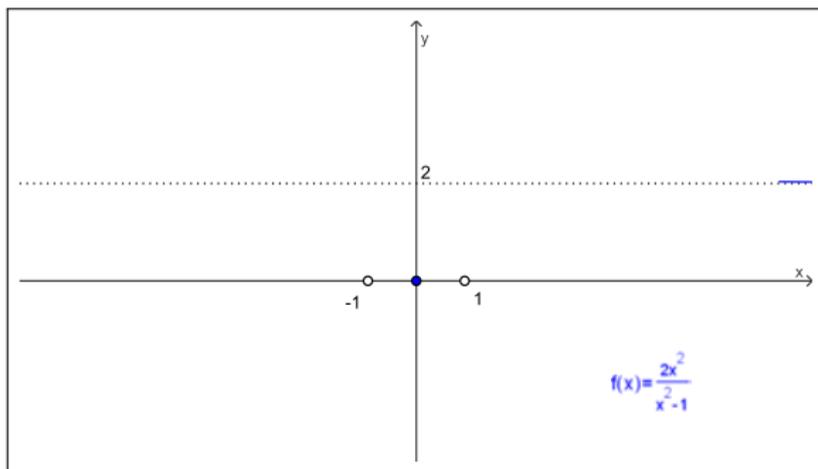


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

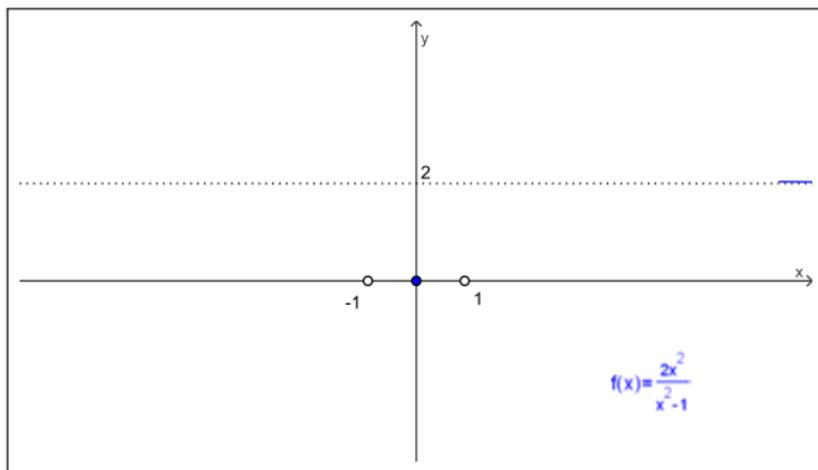


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

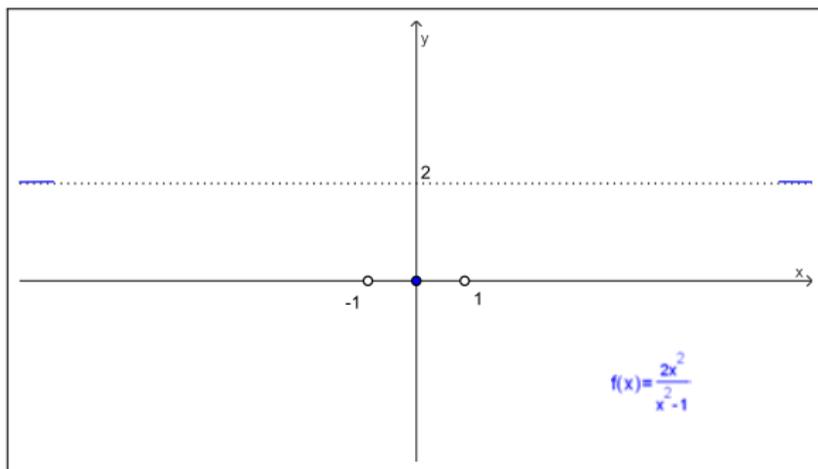


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f . Por simetria, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2^+$.

(4) Assíntotas

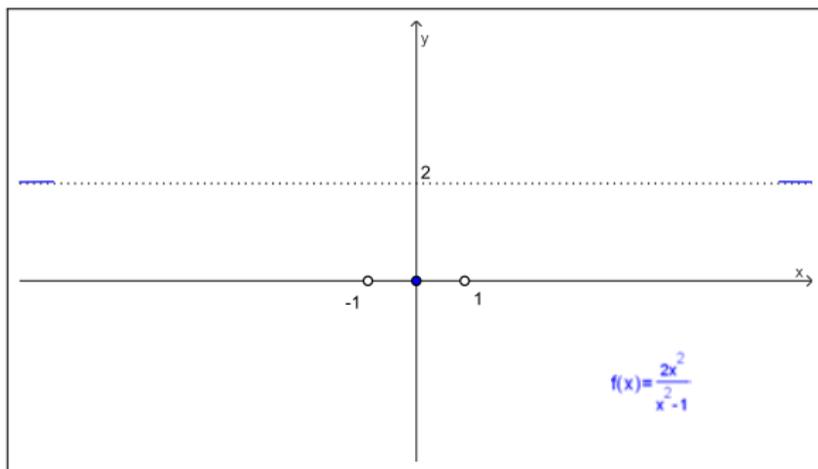


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2 - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x^2}} = 2^+,$$

concluimos que a reta $y = 2$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f . Por simetria, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2^+$.

(4) Assíntotas

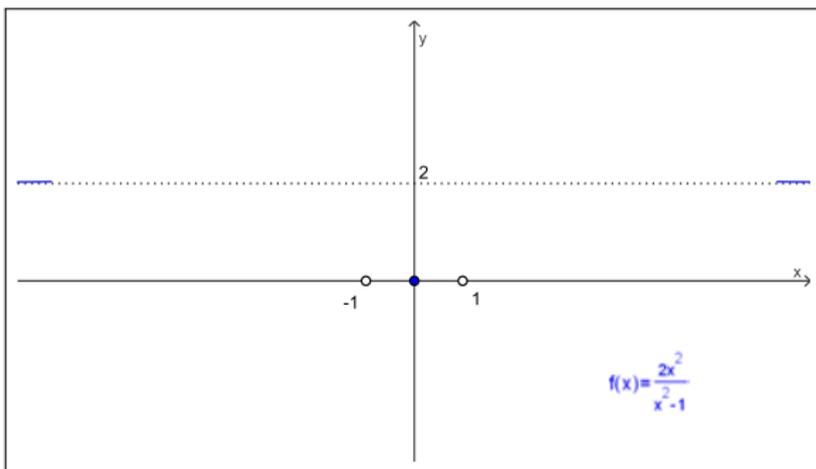


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

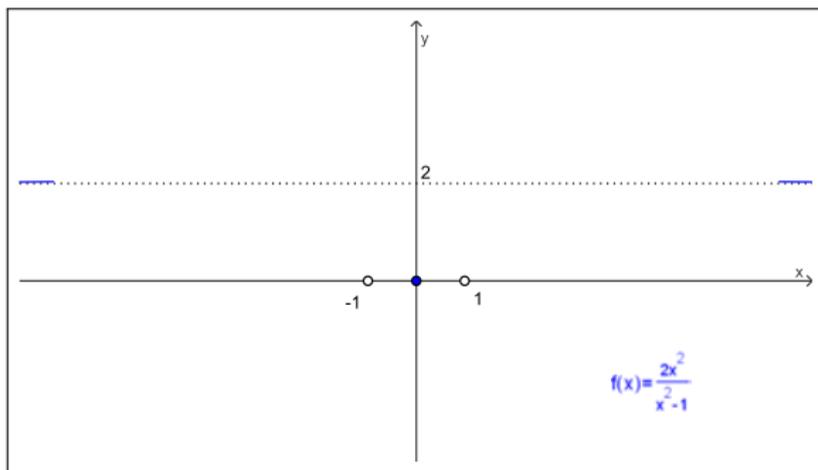


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

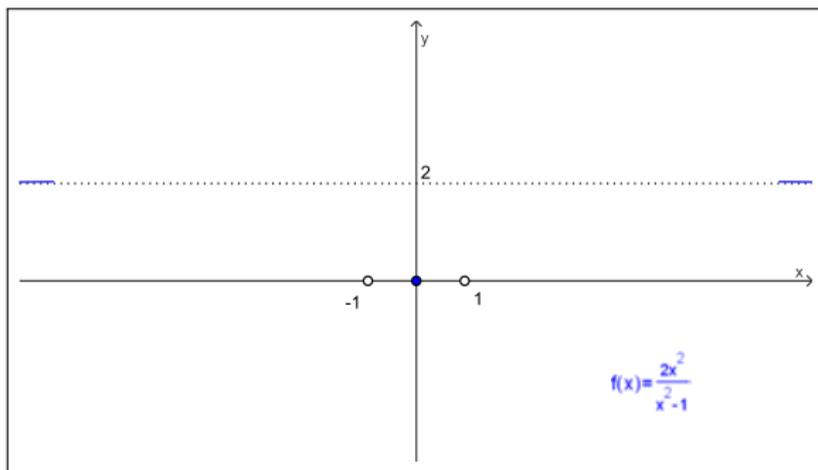


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

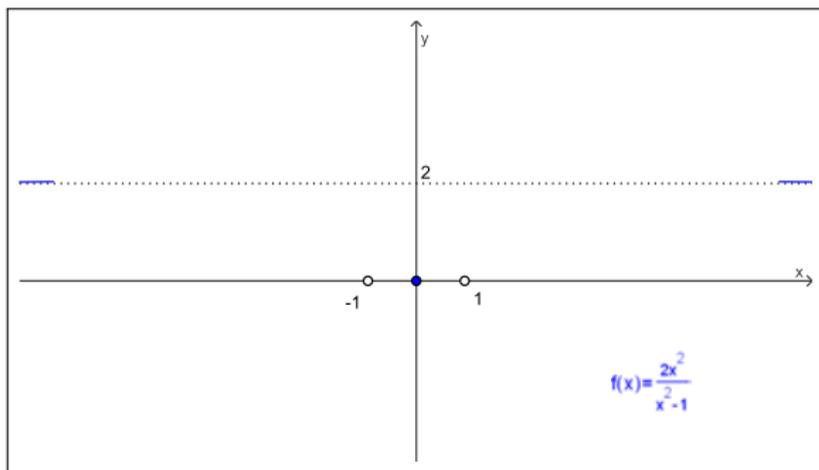


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

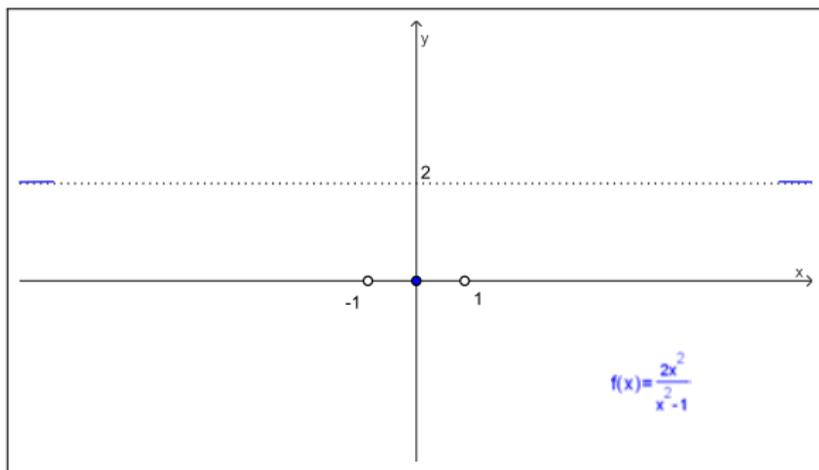


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

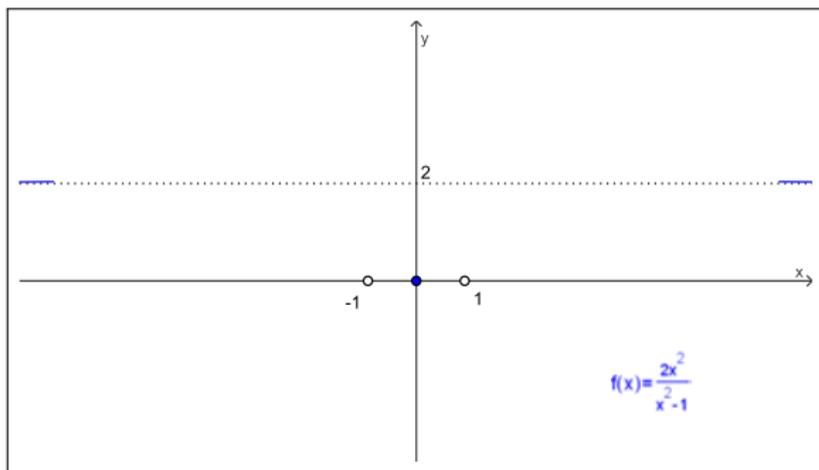


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

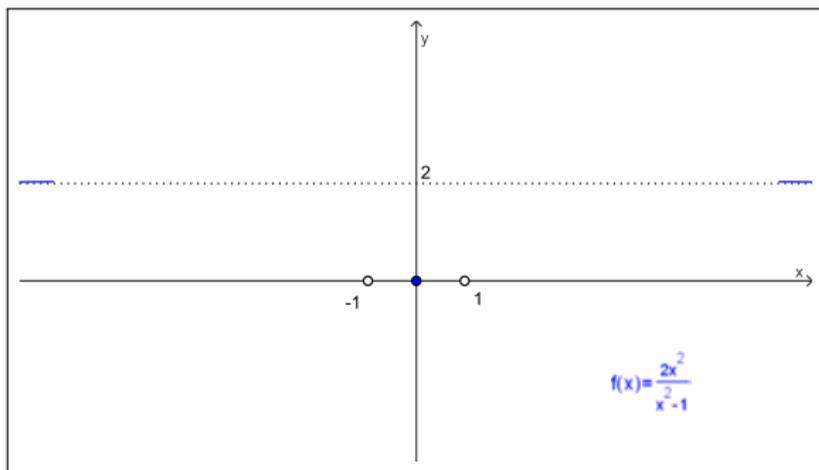


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

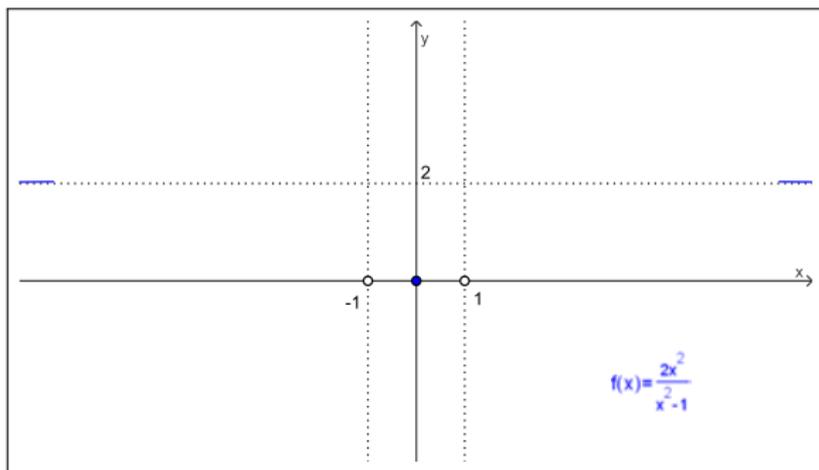


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

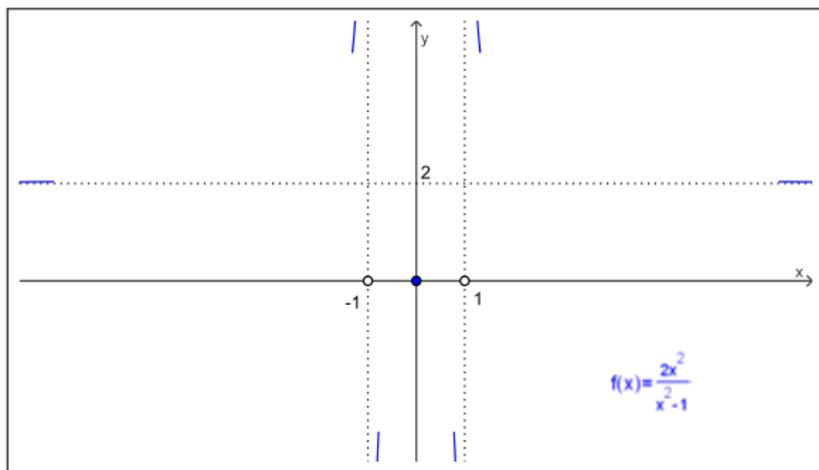


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(4) Assíntotas

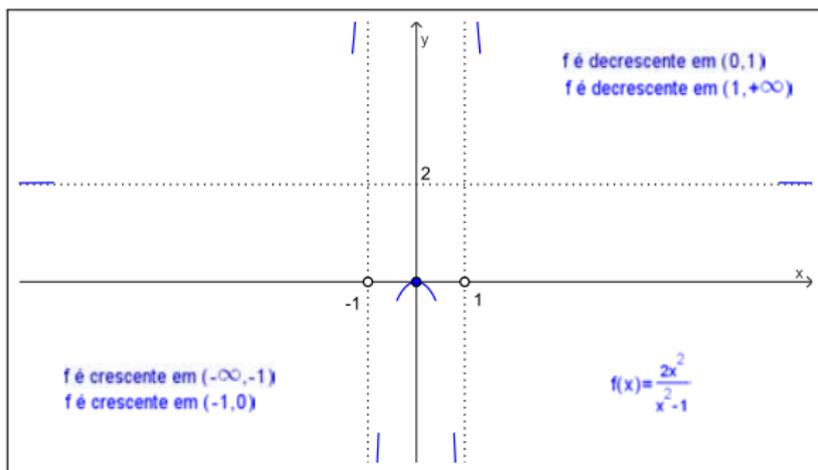


Como o denominador da função é zero quando $x = -1$ ou $x = 1$, as candidatas à assíntota vertical são as retas $x = -1$ e $x = 1$. Agora, como

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = +\infty,$$

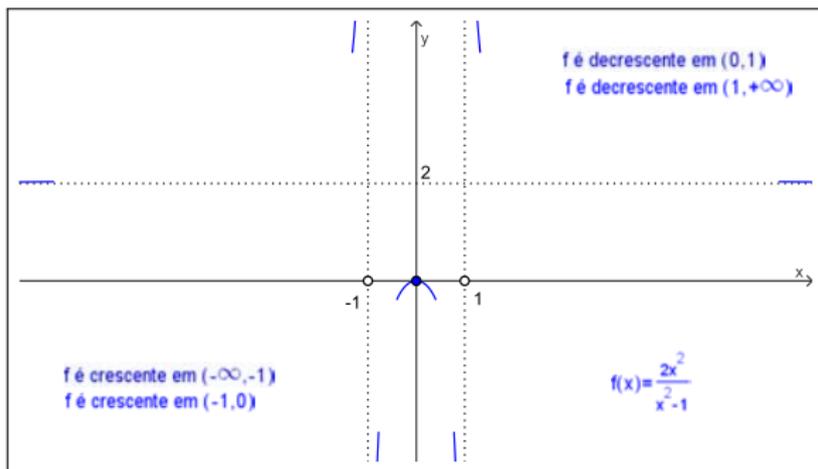
concluimos que, de fato, as retas $x = -1$ e $x = 1$ são assíntotas verticais do gráfico de f .

(5) Pontos onde a função não é derivável



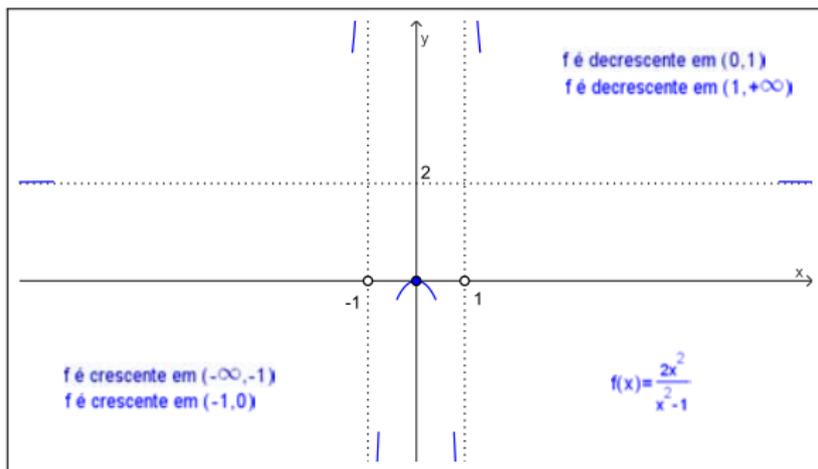
A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui “bicos” e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(5) Pontos onde a função não é derivável



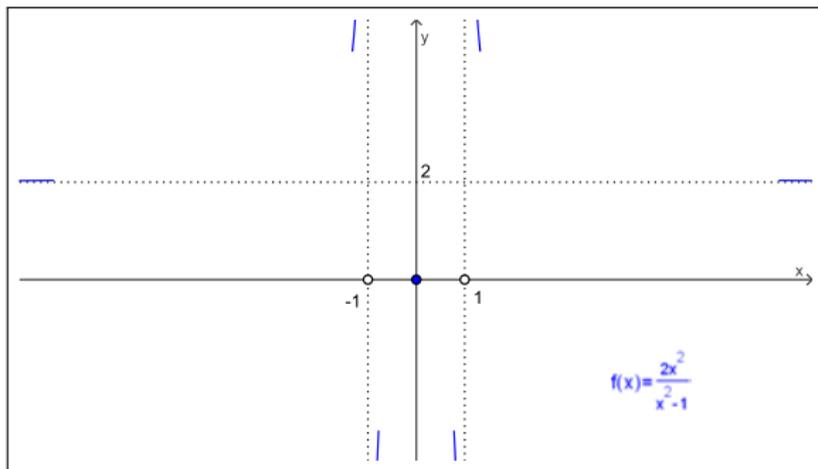
A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(5) Pontos onde a função não é derivável



A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui “bicos” e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

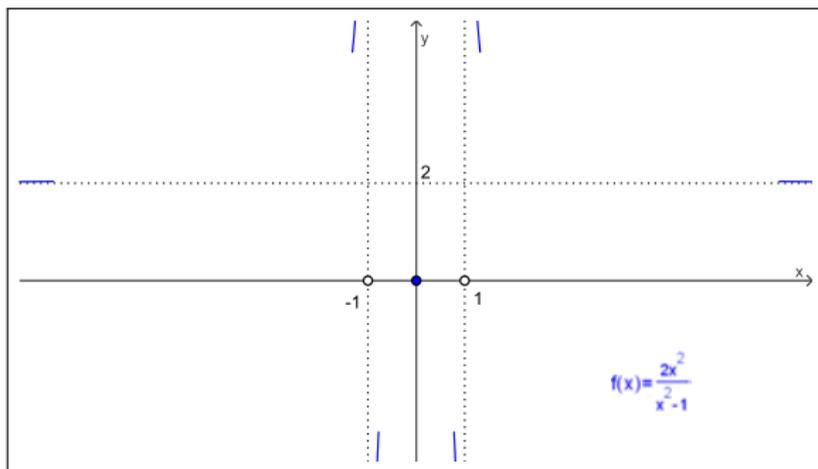
(6) Crescimento e decrescimento



Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

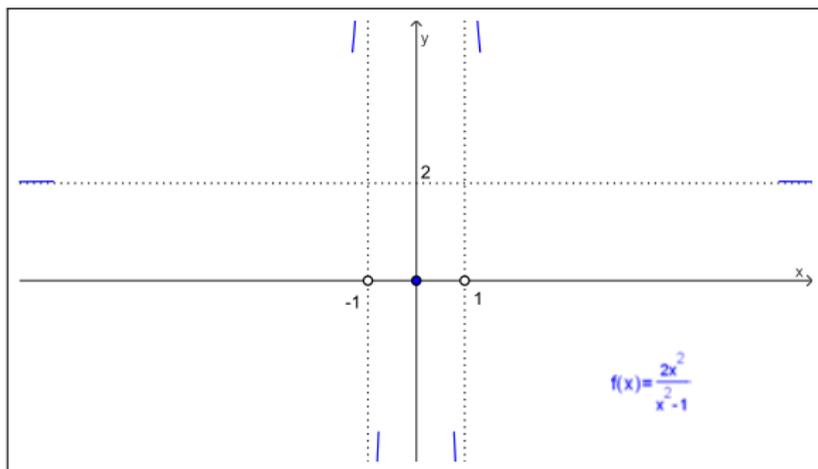
(6) Crescimento e decrescimento



Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

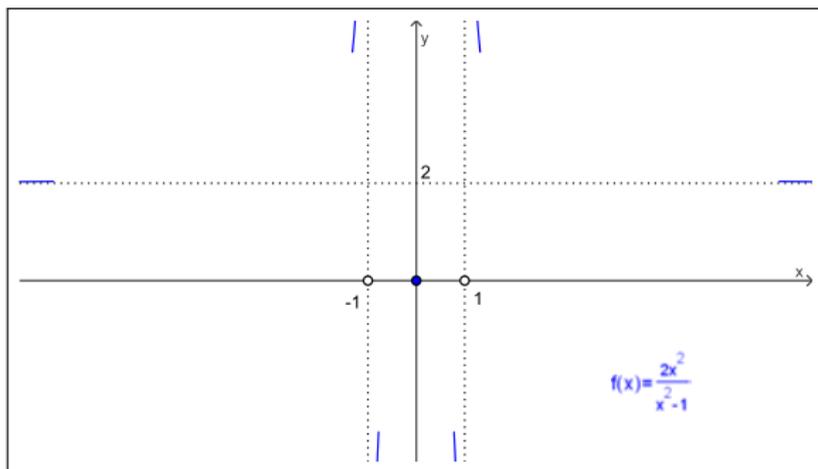
(6) Crescimento e decrescimento



Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$ O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

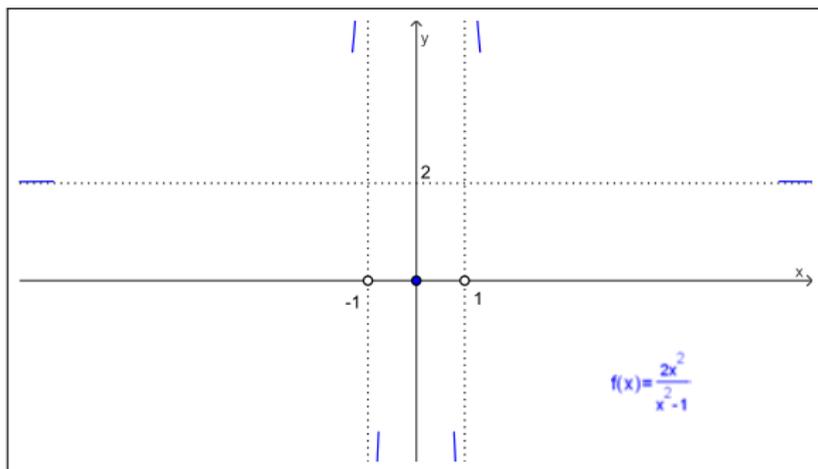
(6) Crescimento e decrescimento



Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

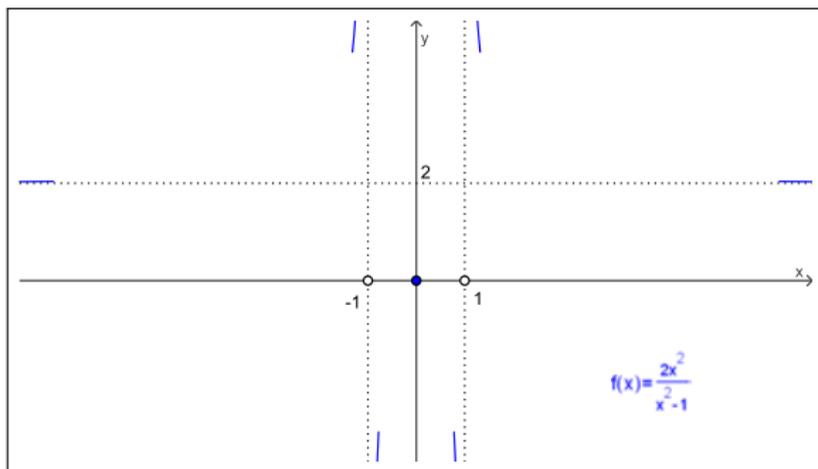


Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

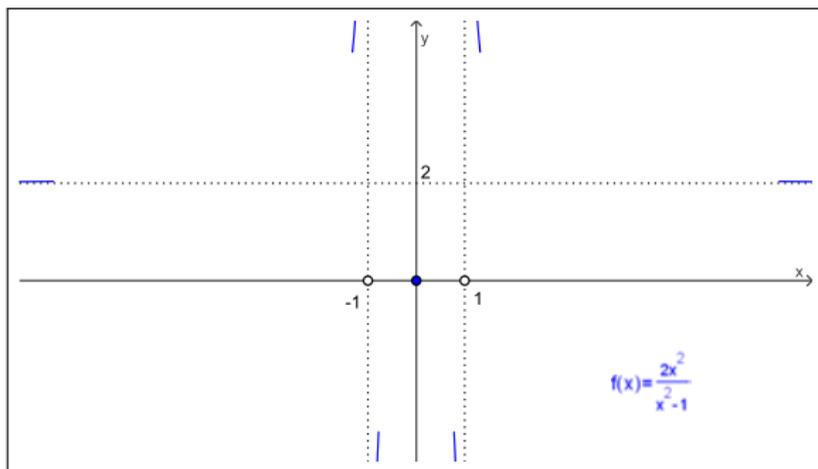


Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

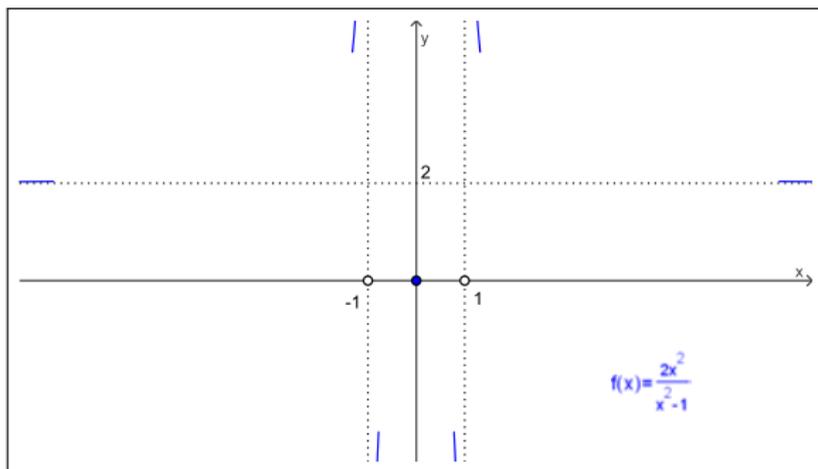


Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

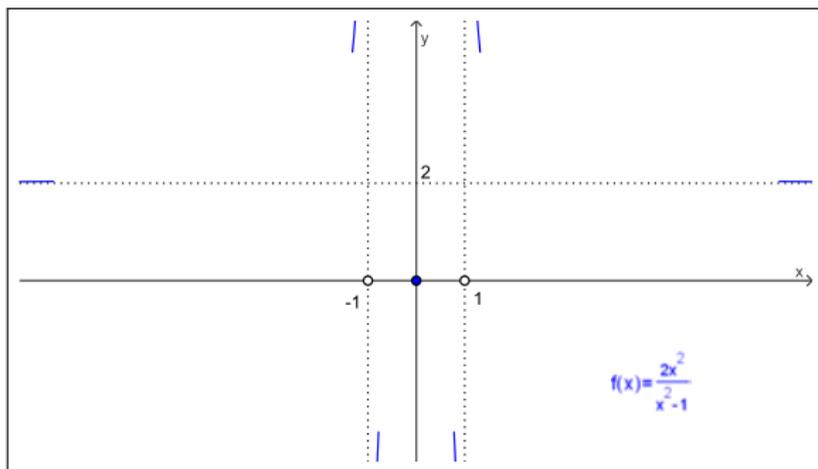


Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

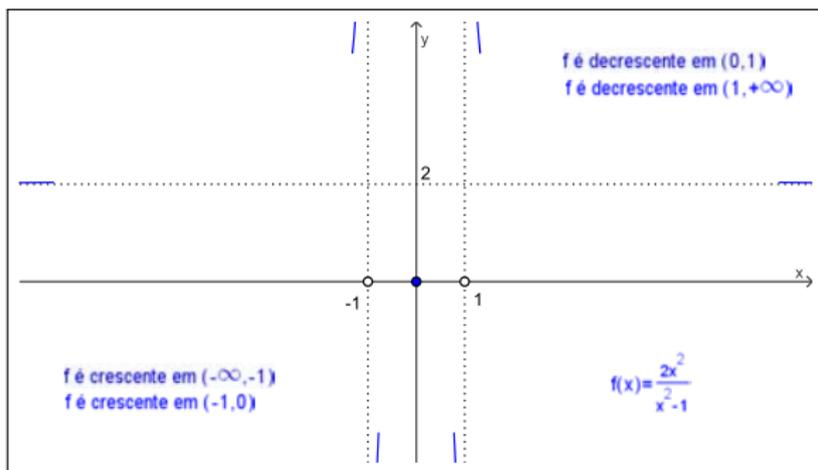


Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

(5) Crescimento e decrescimento

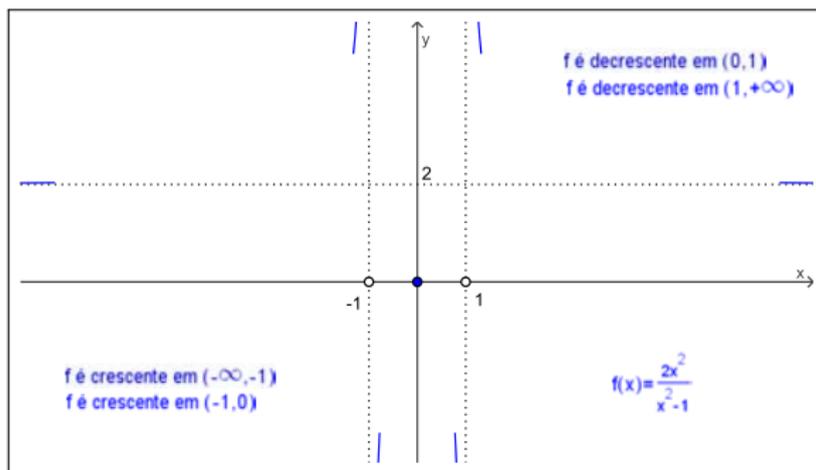


Temos que $f'(x) = \frac{(4x)(x^2 - 1) - (2x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$. O estudo do sinal da derivada nos dá



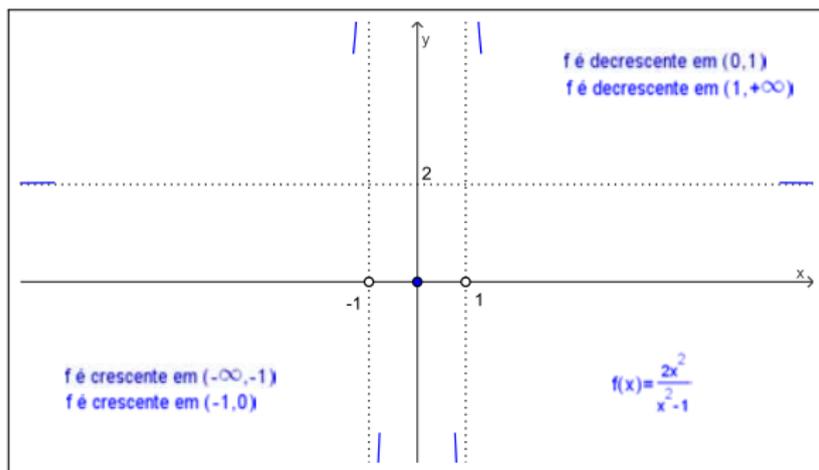
Assim, f é crescente em $(-\infty, -1)$, f é crescente em $(-1, 0)$, f é decrescente em $(0, 1)$ e f é decrescente em $(1, +\infty)$.

(7) Máximos e mínimos locais

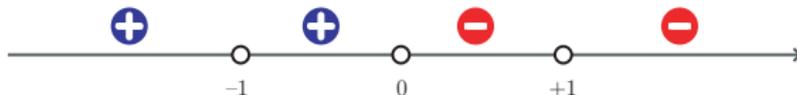


Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 0$. Como, em $p = 0$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de máximo local de f em D .

(7) Máximos e mínimos locais

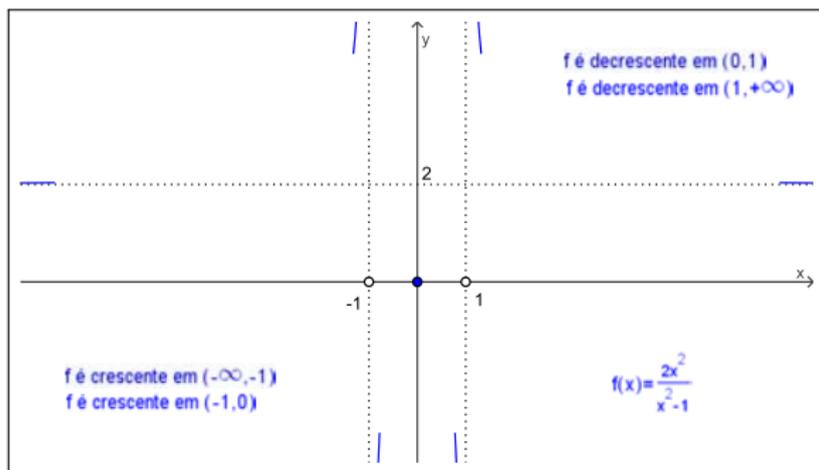


Sinal da derivada

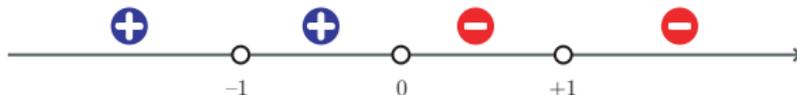


Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 0$. Como, em $p = 0$, o sinal da derivada muda de + para -, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de máximo local de f em D .

(7) Máximos e mínimos locais

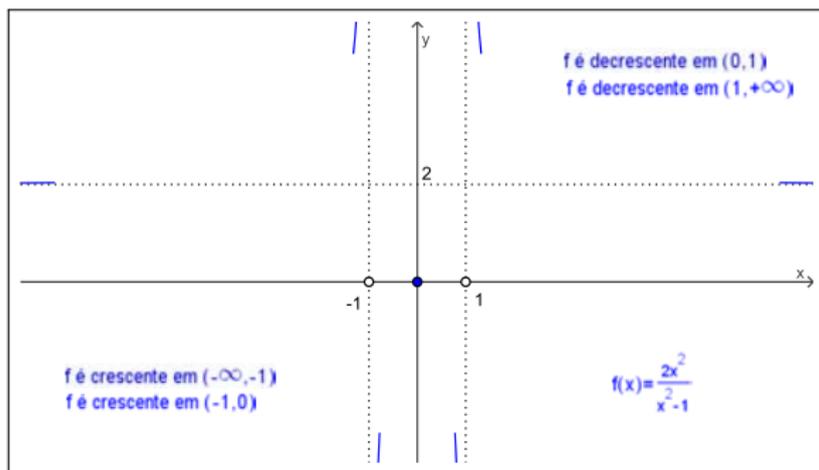


Sinal da derivada

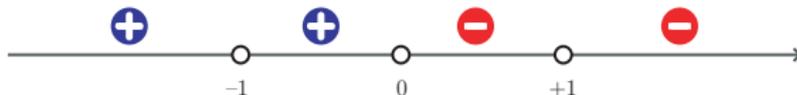


Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 0$. Como, em $p = 0$, o sinal da derivada muda de + para -, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de máximo local de f em D .

(7) Máximos e mínimos locais

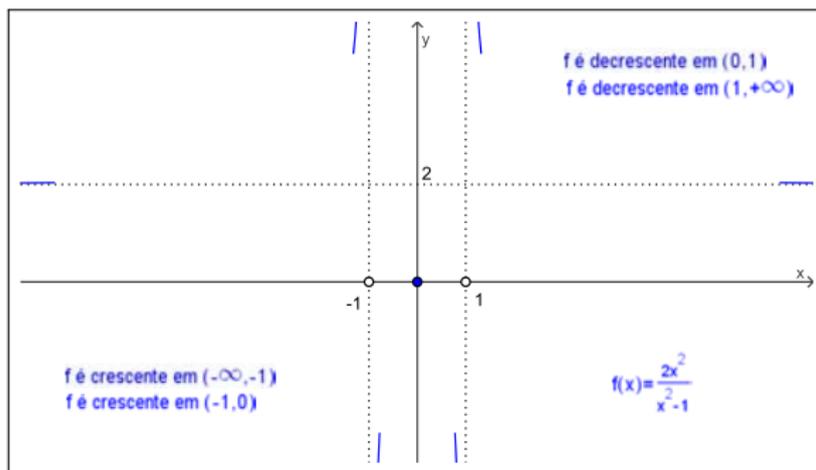


Sinal da derivada

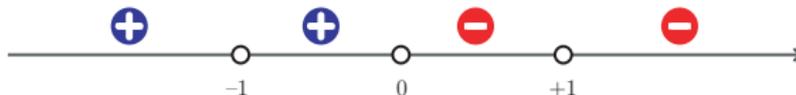


Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 0$. Como, em $p = 0$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de máximo local de f em D .

(7) Máximos e mínimos locais

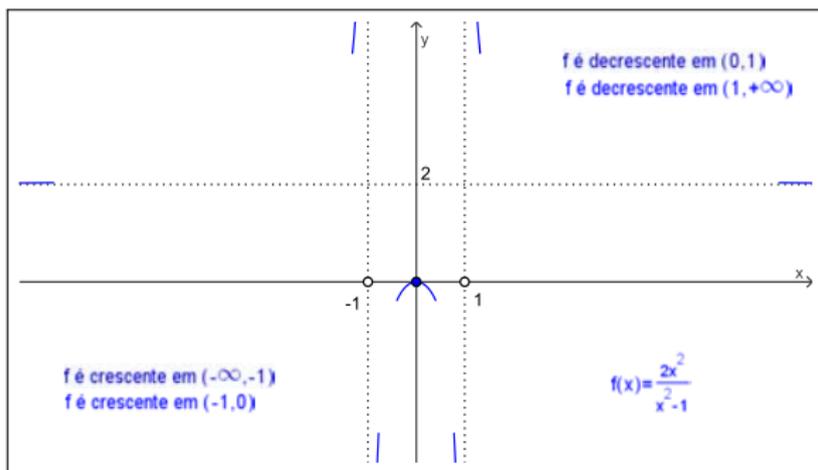


Sinal da derivada

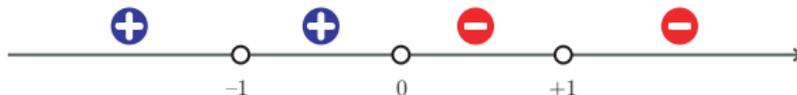


Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 0$. Como, em $p = 0$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de máximo local de f em D .

(6) Máximos e mínimos locais

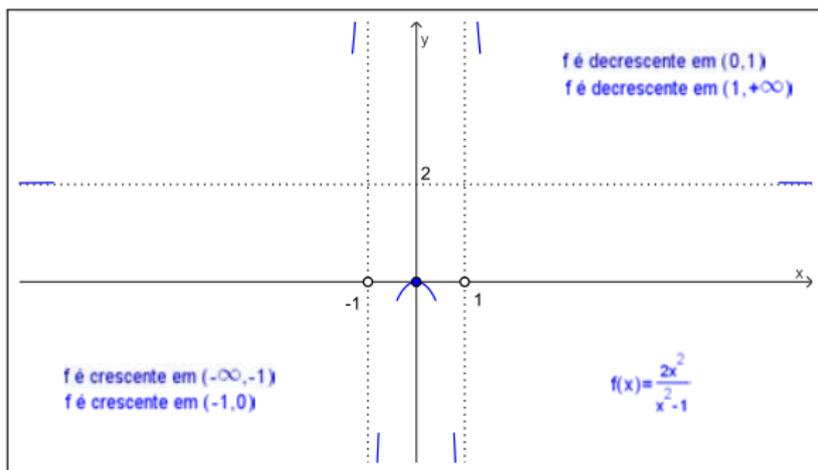


Sinal da derivada



Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 0$. Como, em $p = 0$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de máximo local de f em D .

(8) Concavidade e pontos de inflexão

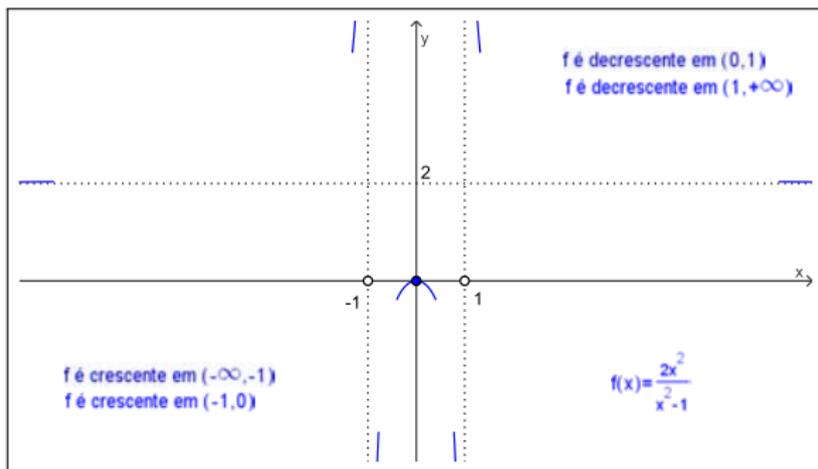


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

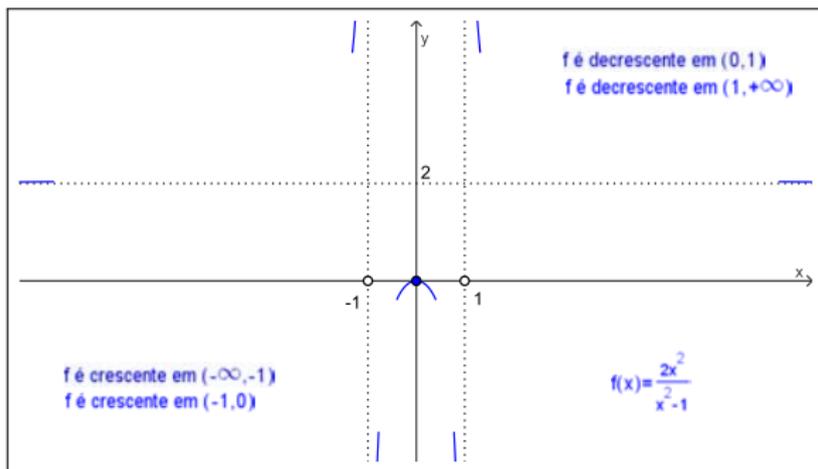


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

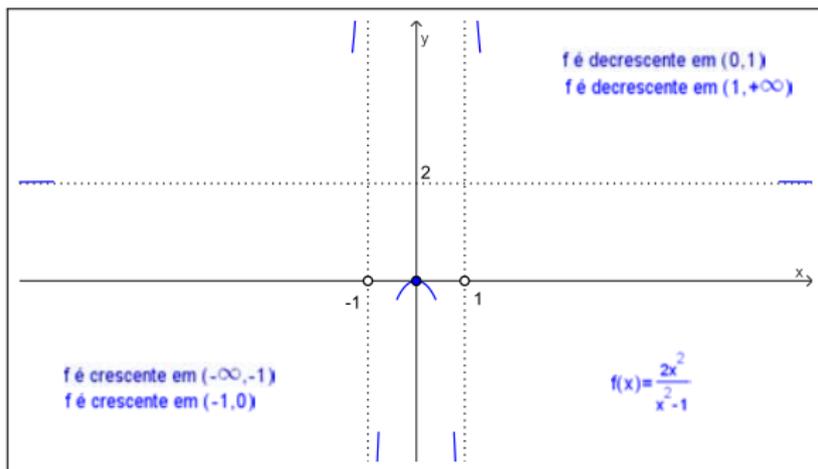


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

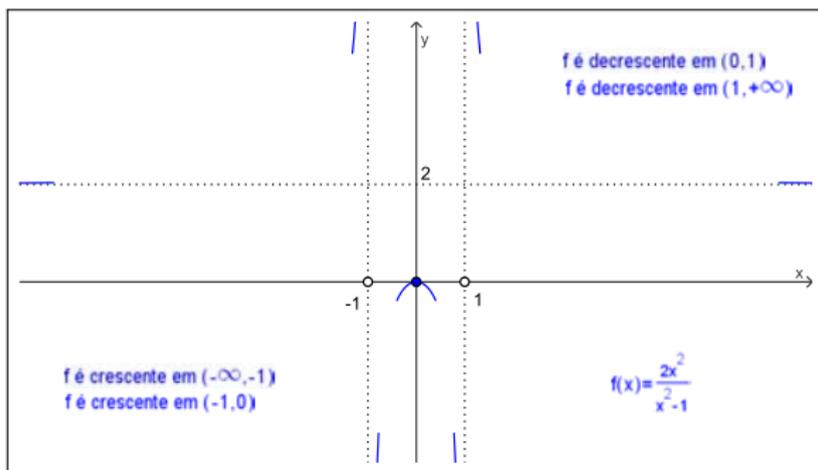


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$ Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

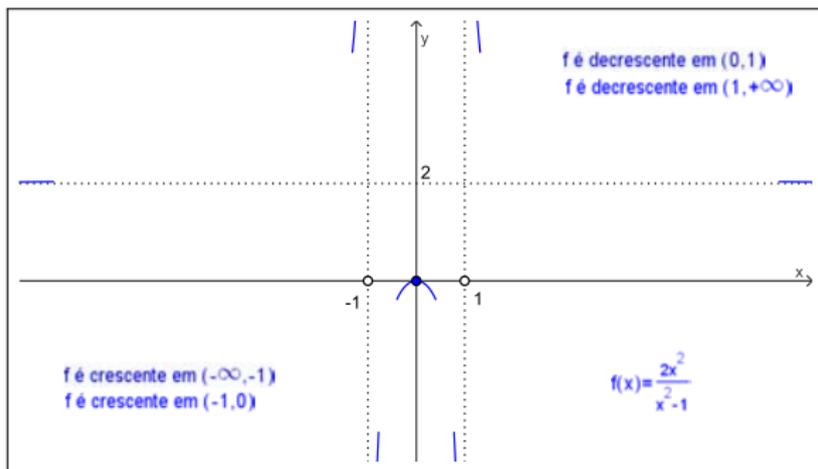


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

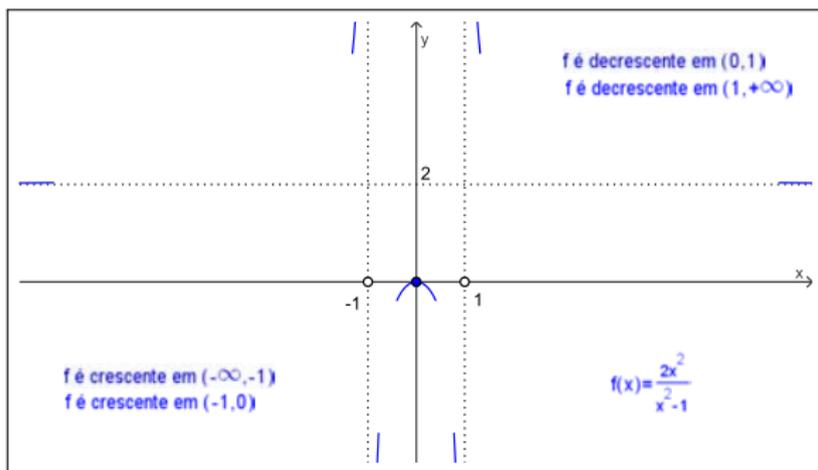


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

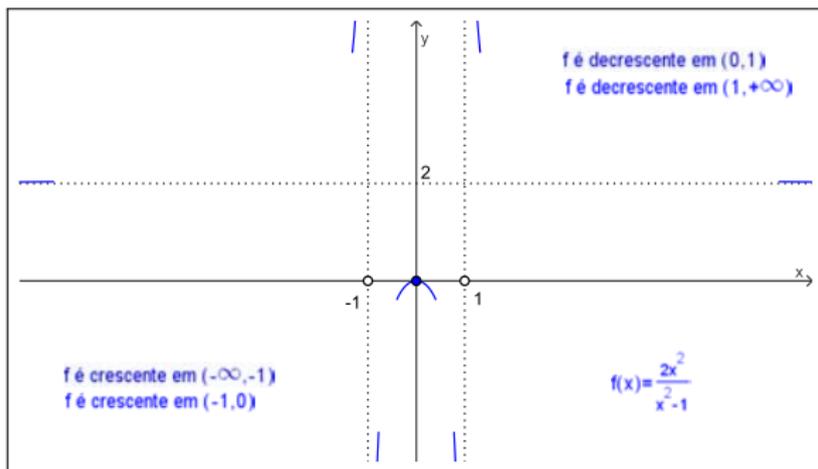


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

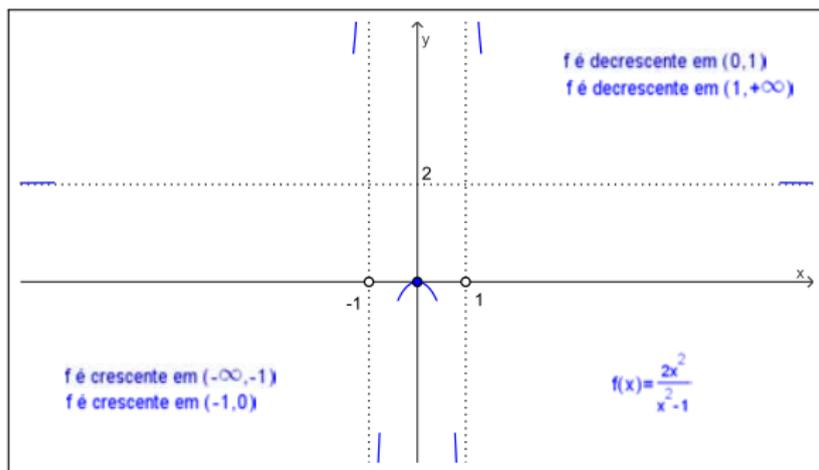


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

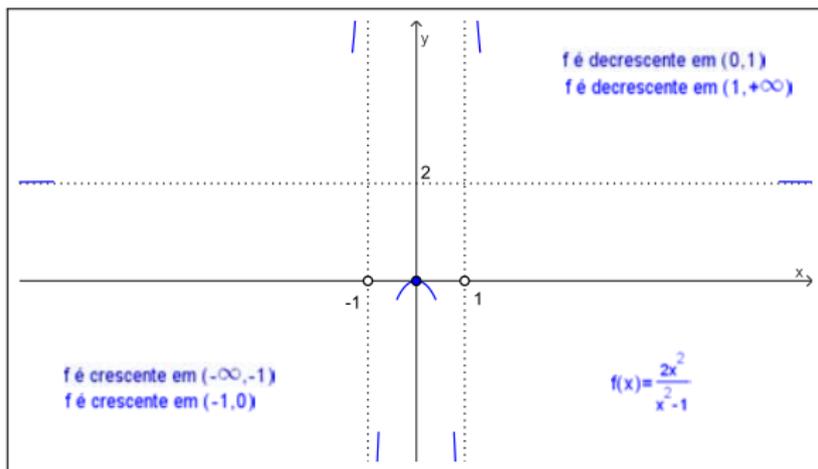


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

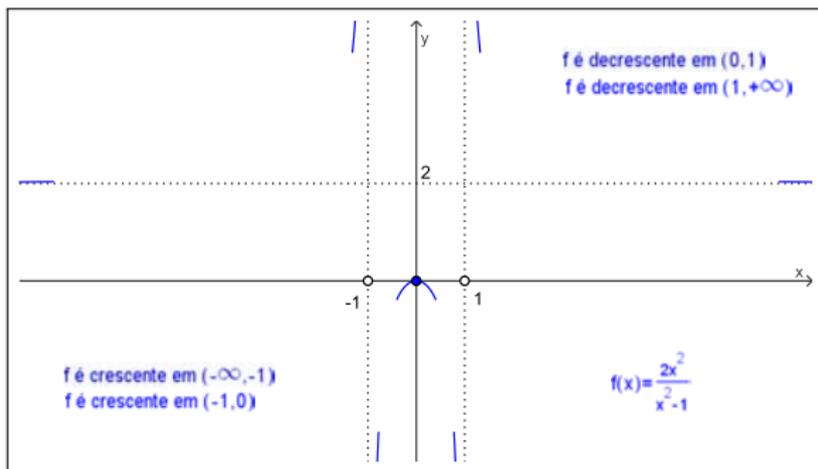


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

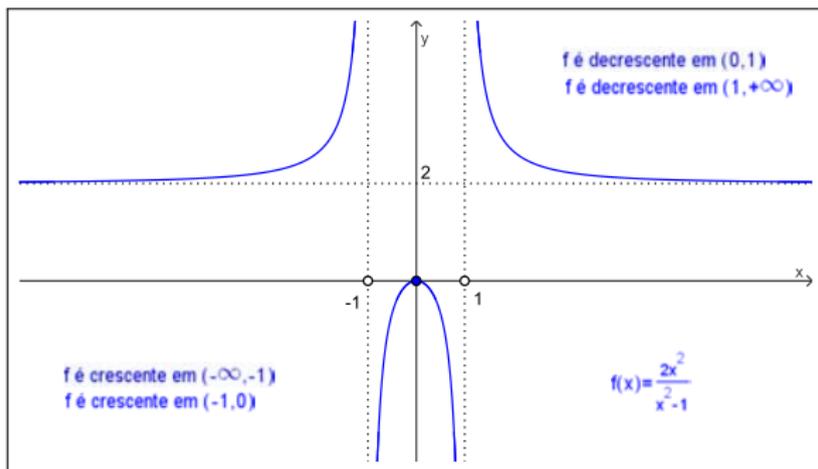


Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

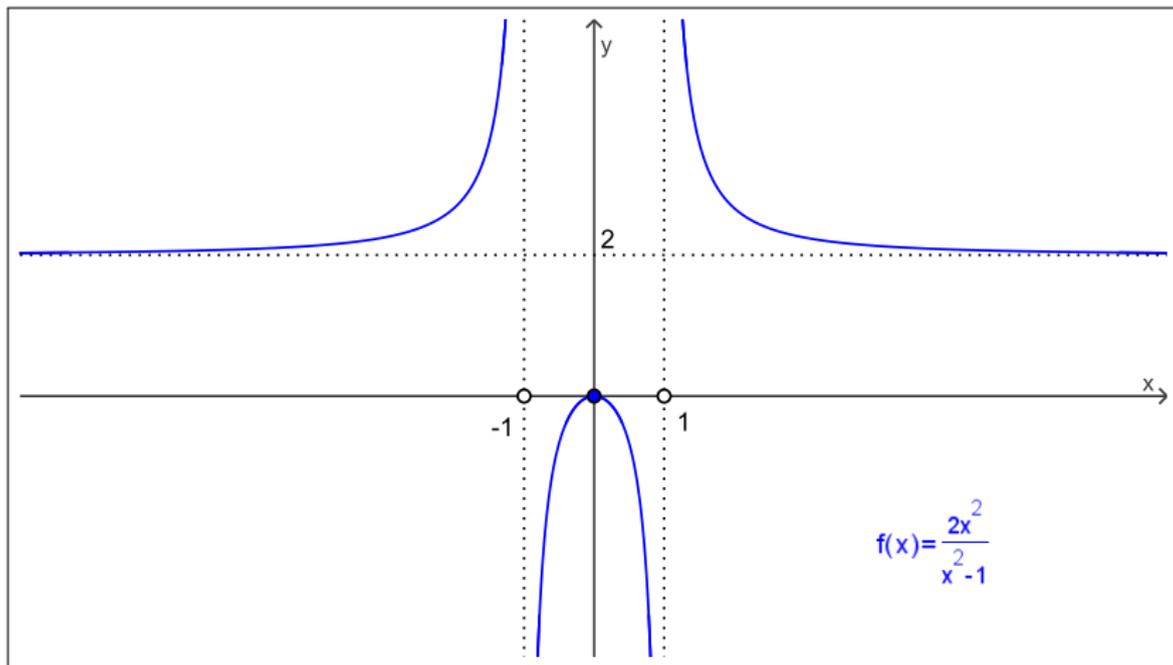
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Temos que $f''(x) = \frac{(-4)((x^2 - 1)^2) - (-4x)(2(x^2 - 1)2x)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$. Como $12x^2 + 4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $x^2 - 1$. Assim,

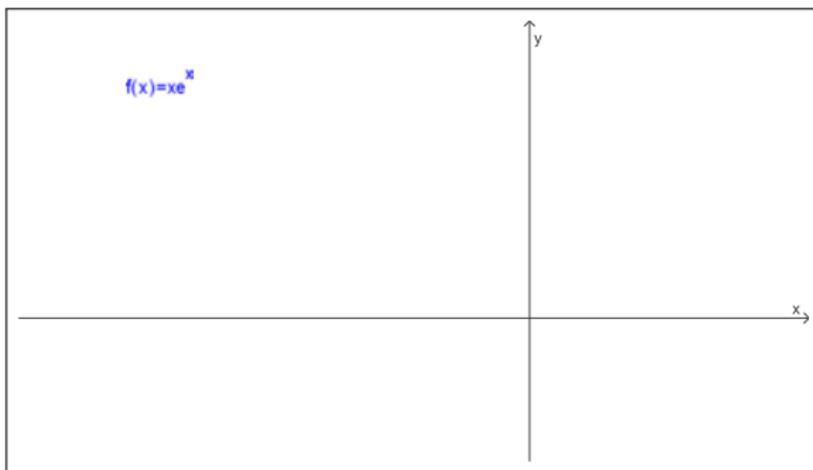
$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ou } x > 1 \quad \text{e} \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 1)$ e f é côncava para cima em $(1, +\infty)$.

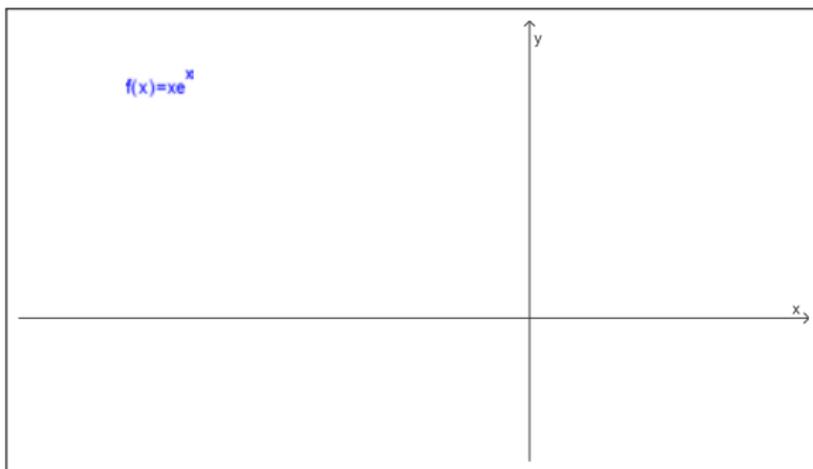


Seguindo o roteiro, faça um esboço do gráfico de $y = f(x) = x e^x$.

(1) Domínio da função

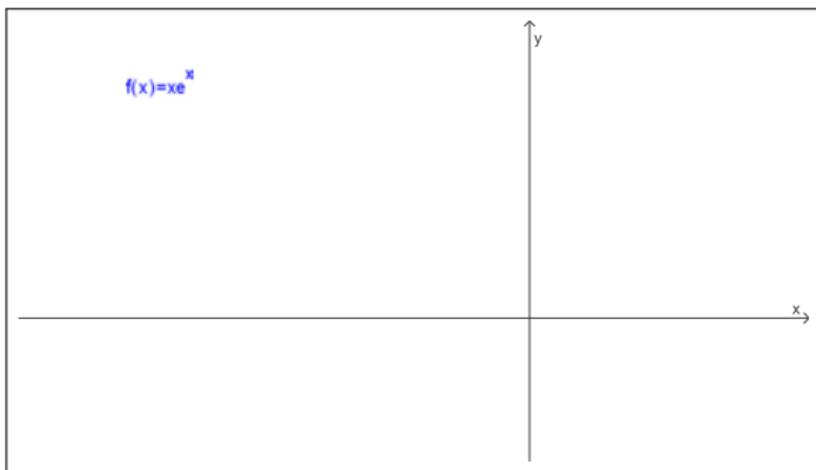


(1) Domínio da função



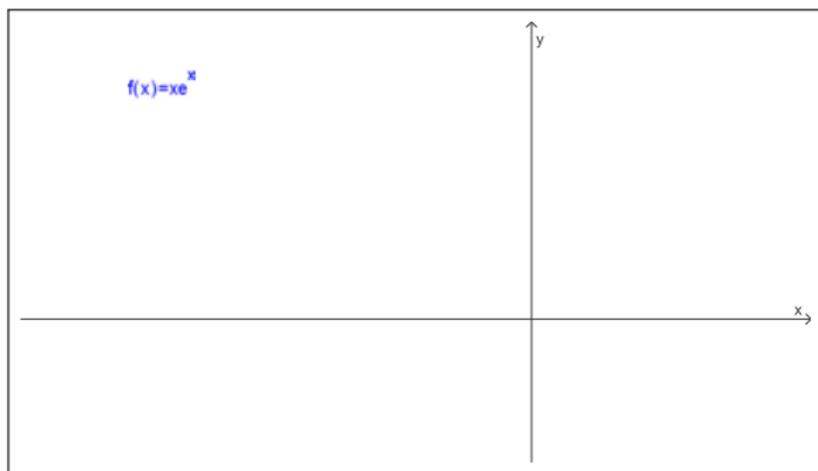
O domínio de f é $D = \mathbb{R}$.

(1) Domínio da função



O domínio de f é $D = \mathbb{R}$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

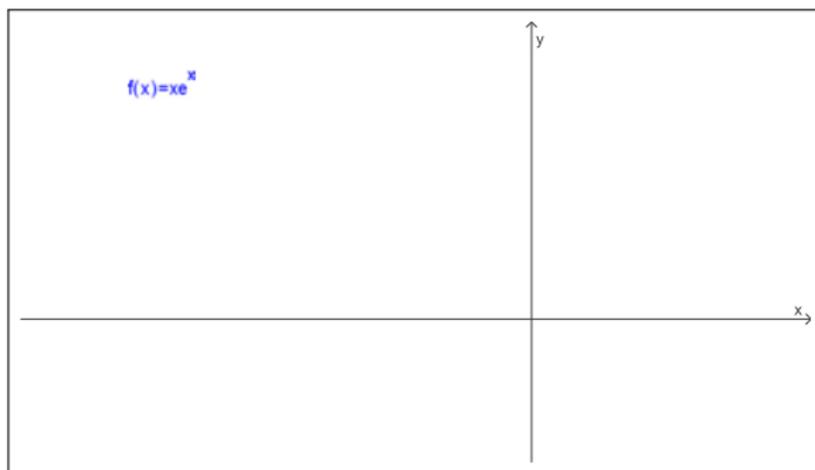


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

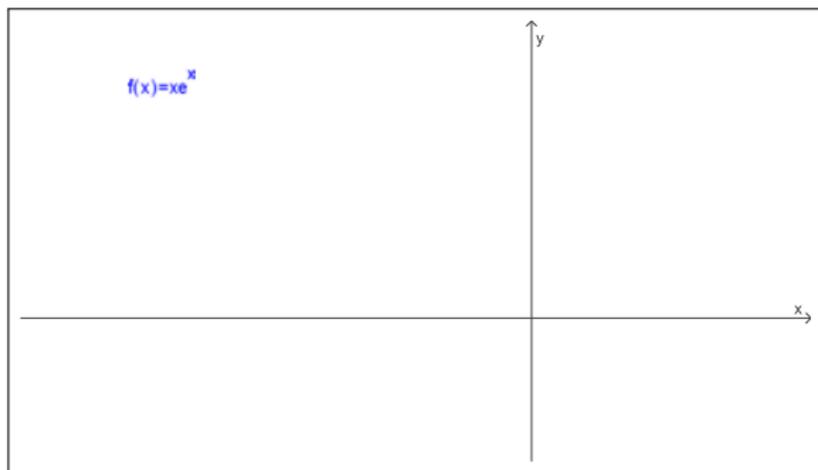


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

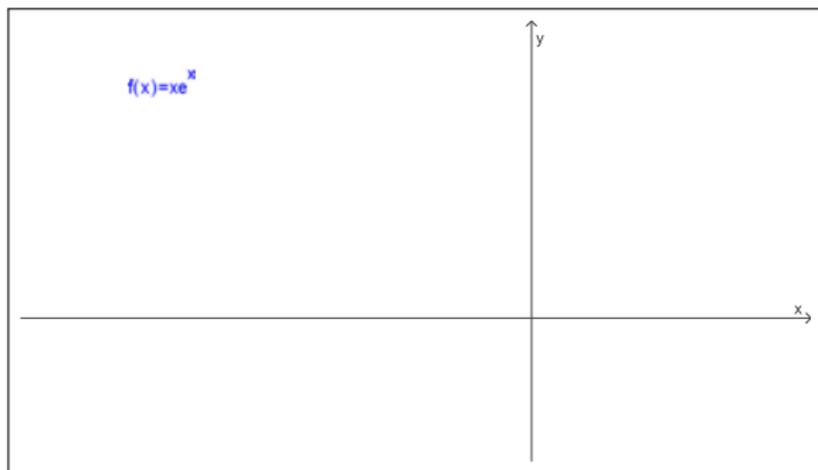


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

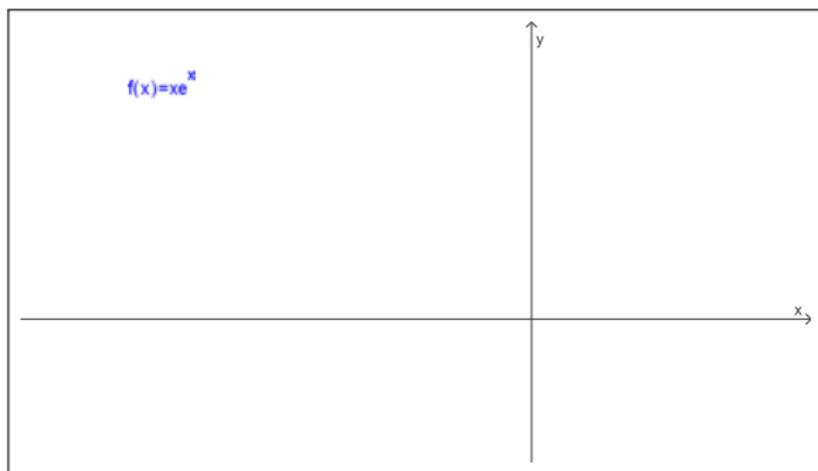


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

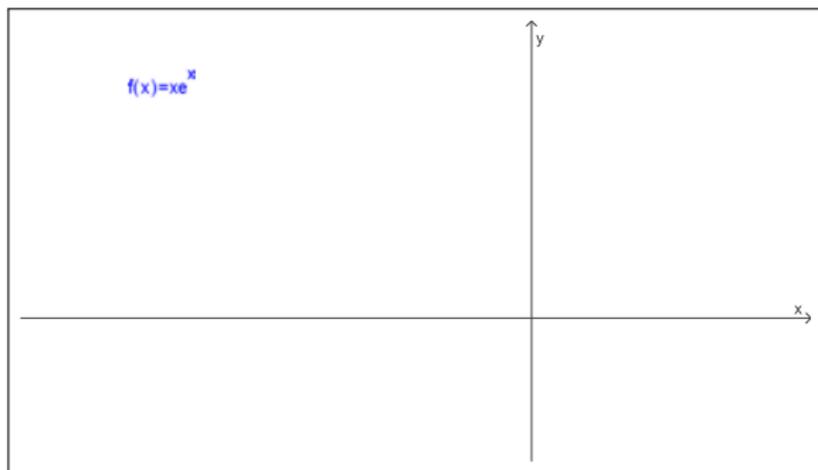


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

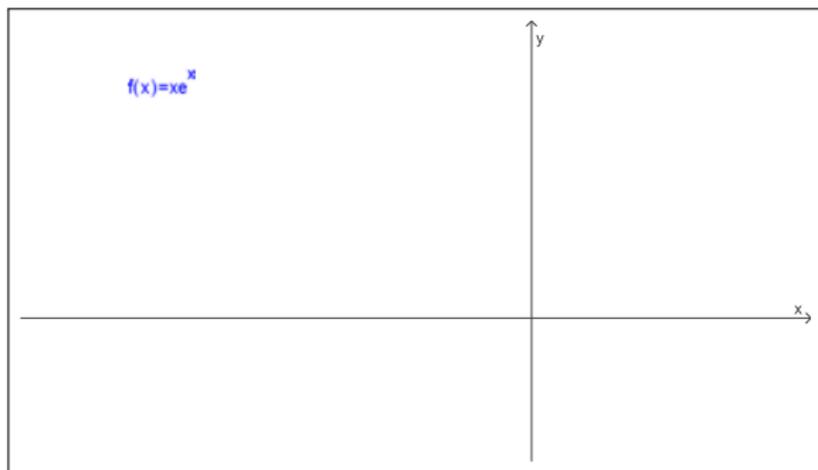


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

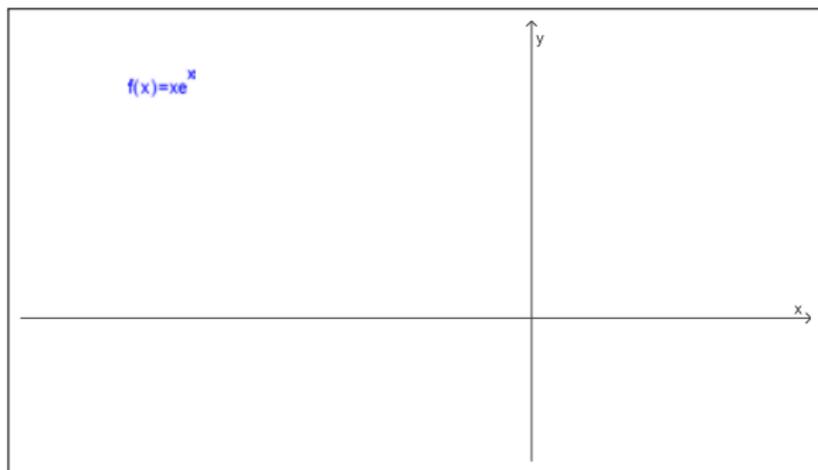


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

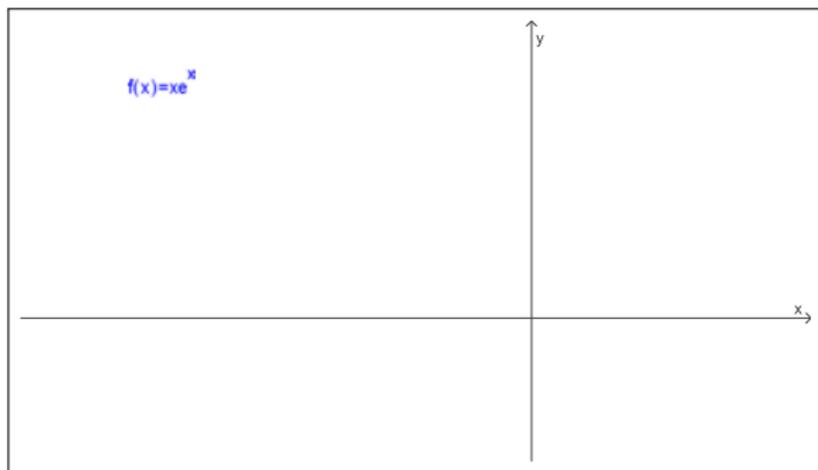


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

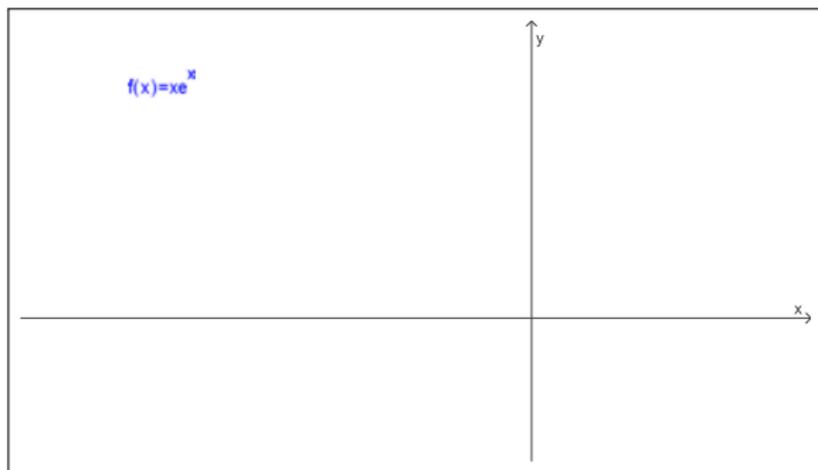


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

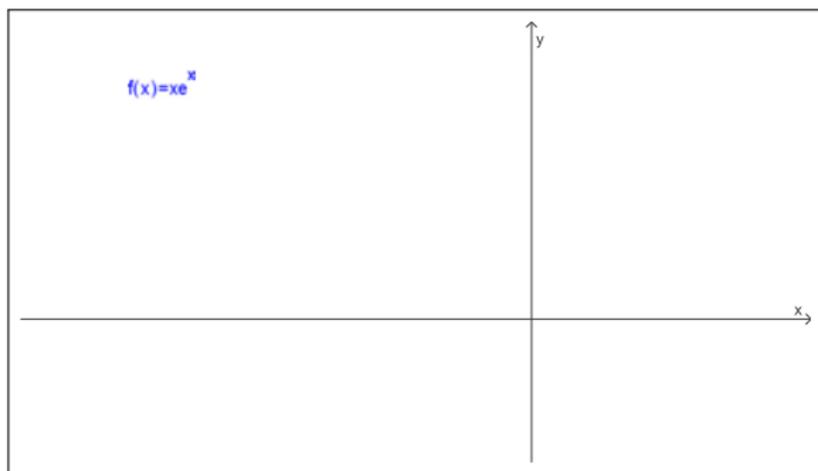


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

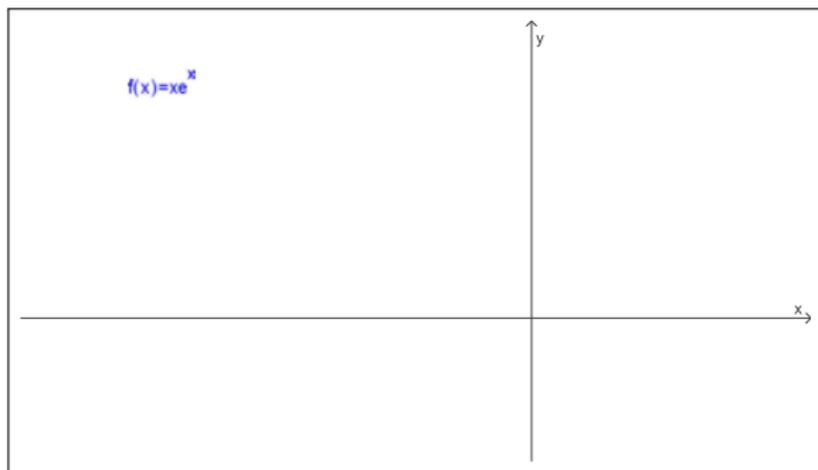


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

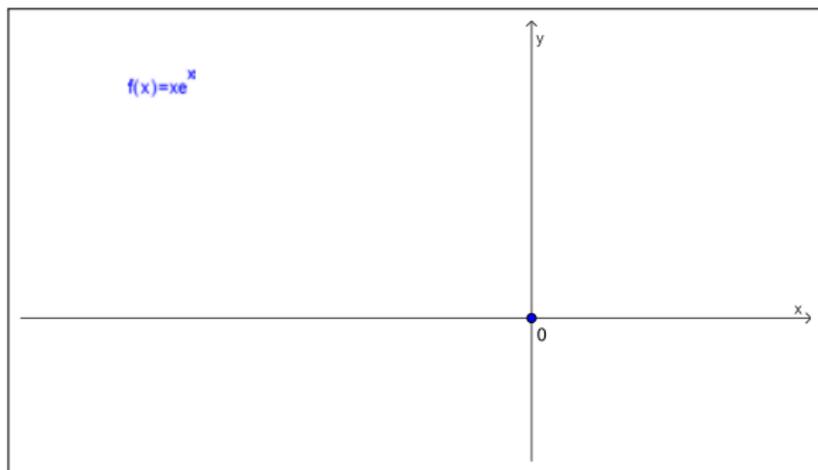


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

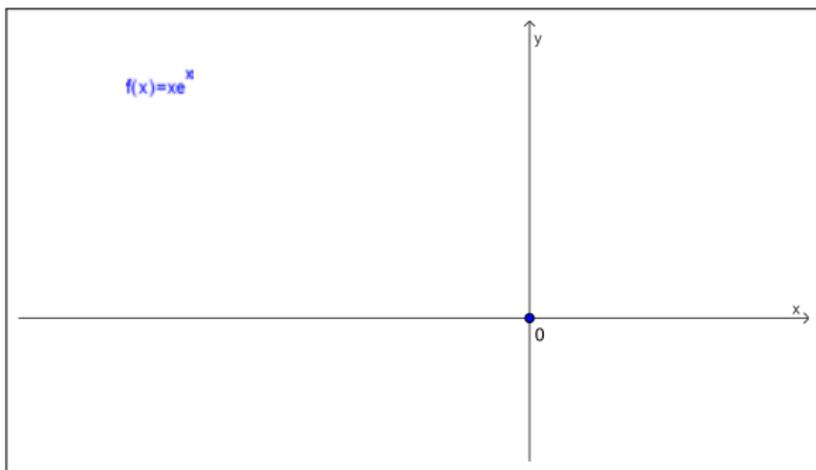


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

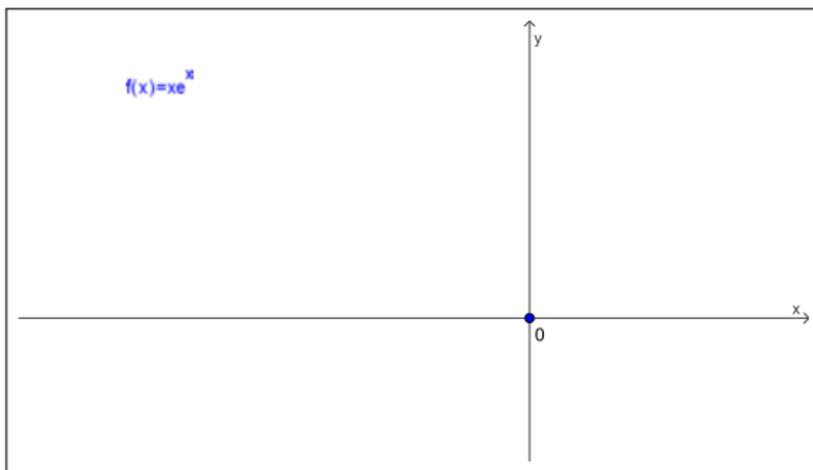
Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x também no ponto $(0, 0)$.

(3) Simetrias



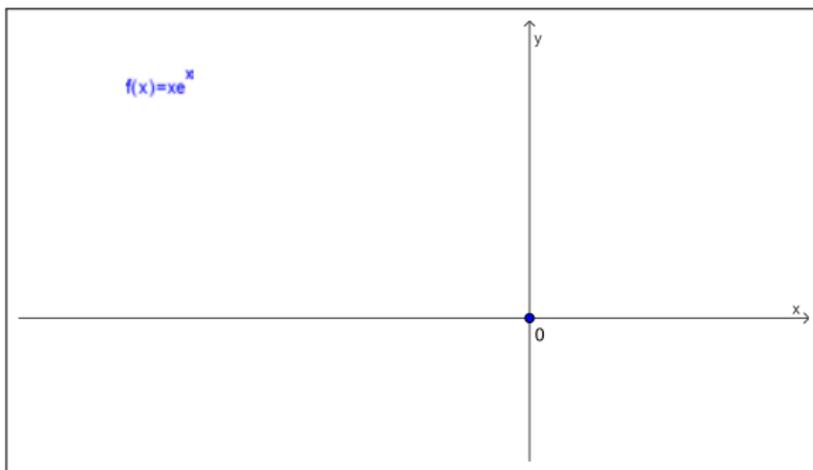
A função f não é par, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq e^1 = f(1)$. A função f não é ímpar, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq -e^1 = -f(1)$.

(3) Simetrias



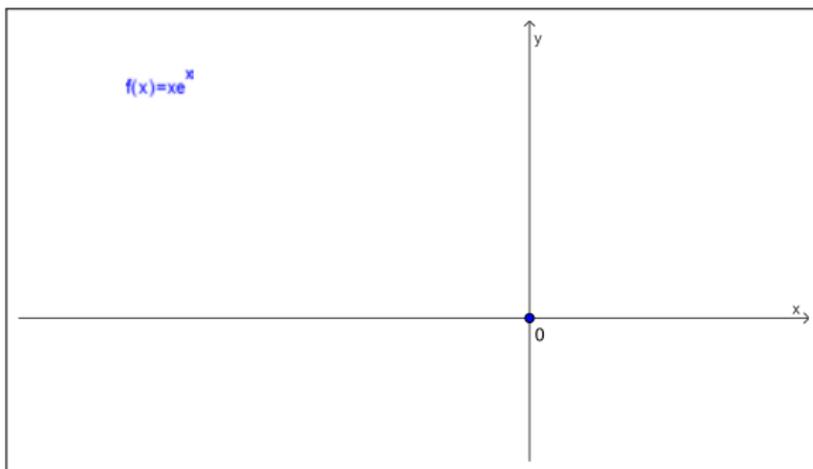
A função f não é par, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq e^1 = f(1)$. A função f não é ímpar, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq -e^1 = -f(1)$.

(3) Simetrias



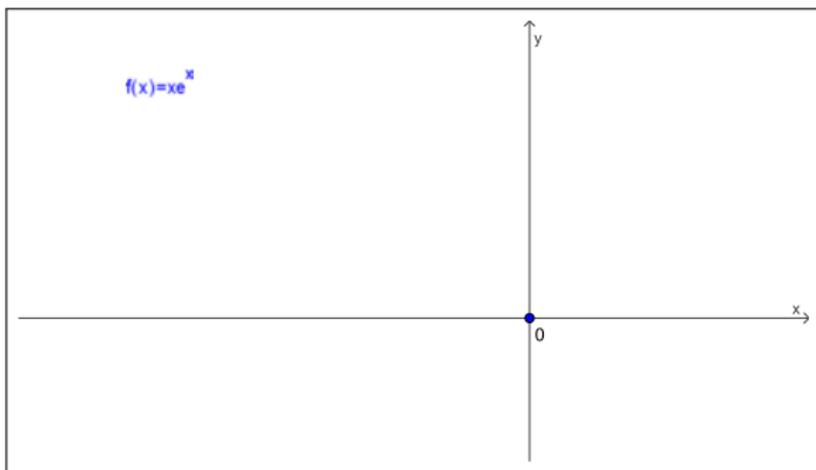
A função f não é par, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq e^1 = f(1)$. A função f não é ímpar, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq -e^1 = -f(1)$.

(3) Simetrias



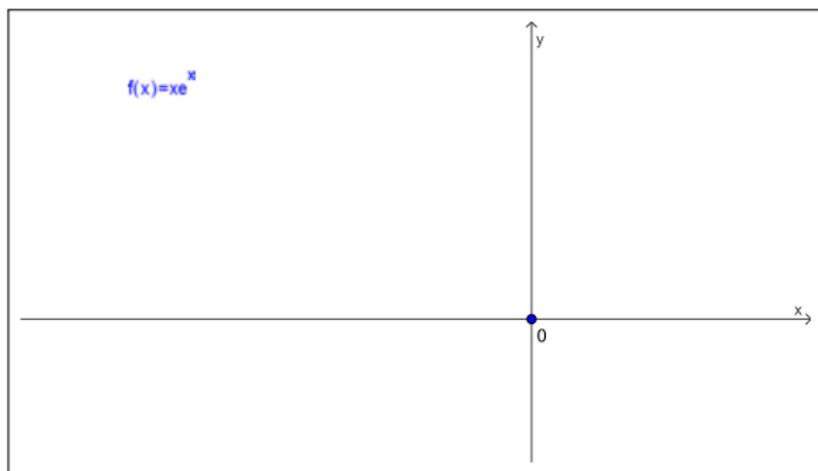
A função f não é par, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq e^1 = f(1)$. A função f não é ímpar, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq -e^1 = -f(1)$.

(3) Simetrias



A função f não é par, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq e^1 = f(1)$. A função f não é ímpar, pois $f(-1) = -e^{-1} \neq -e^1 = -f(1)$.

(4) Assíntotas

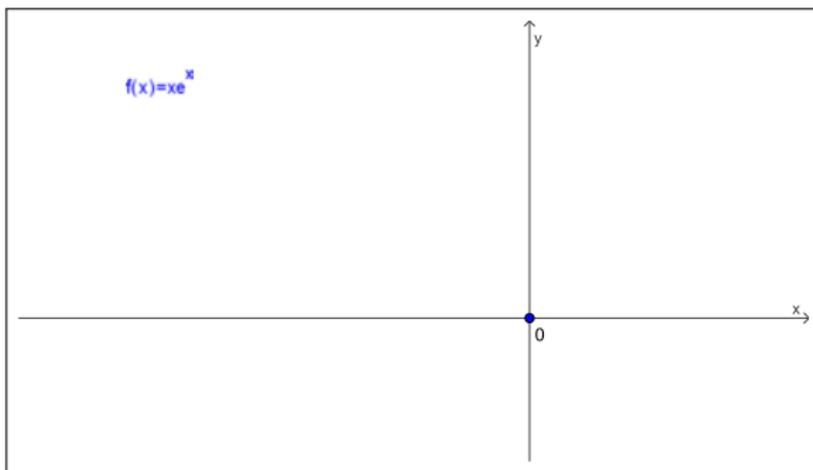


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluimos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

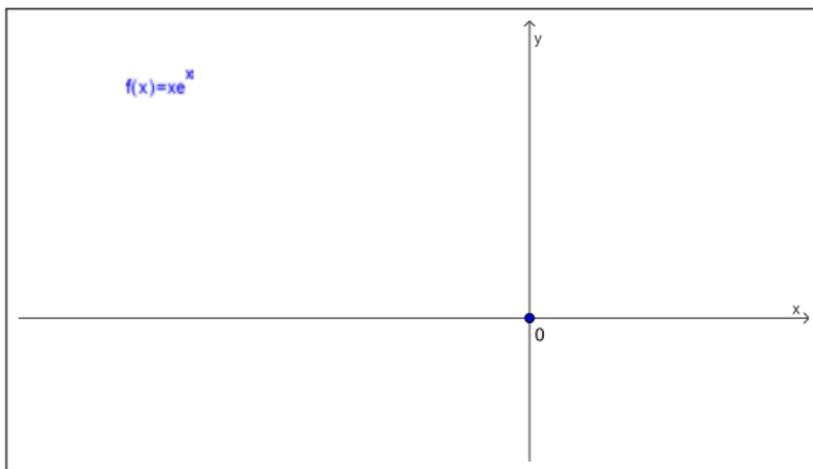


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluimos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

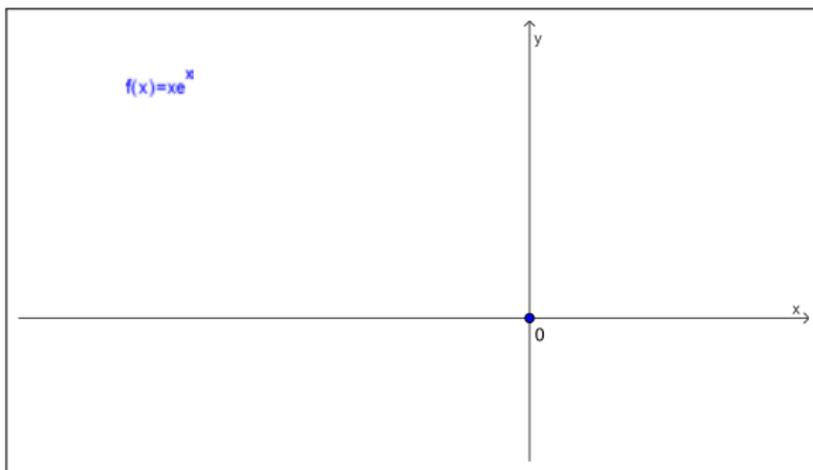


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-.$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluimos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

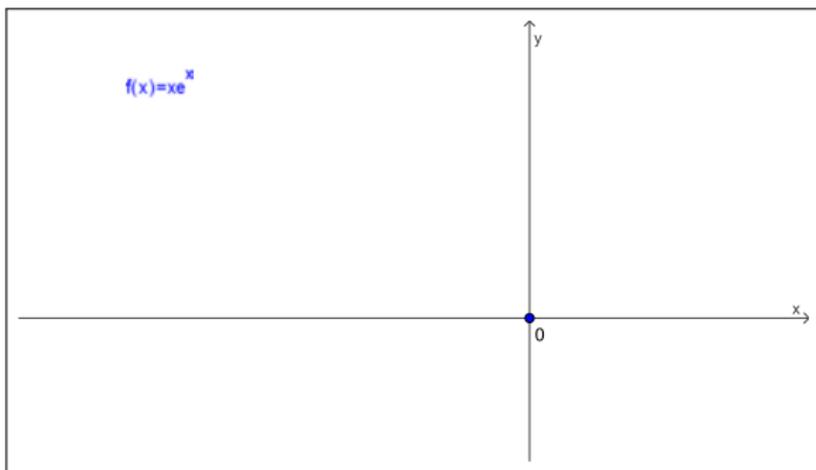


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-.$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluímos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

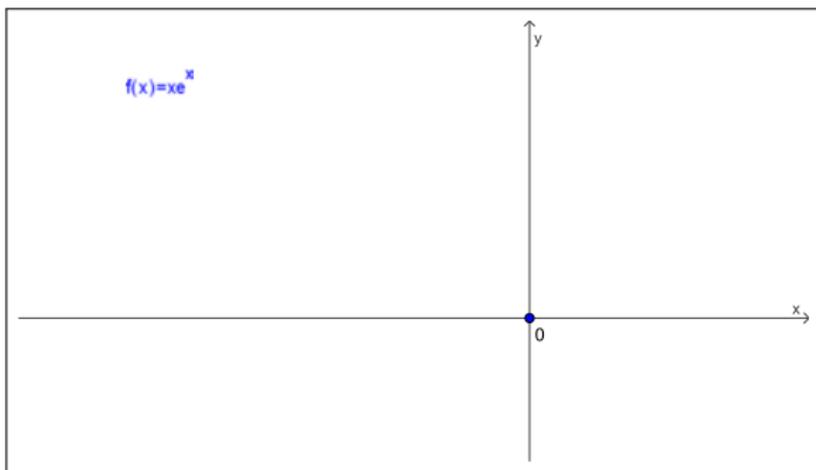


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-.$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluimos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

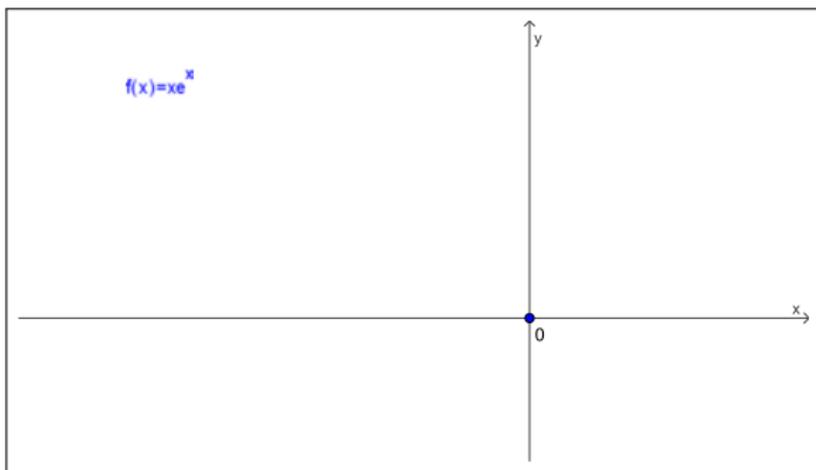


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-.$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluimos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

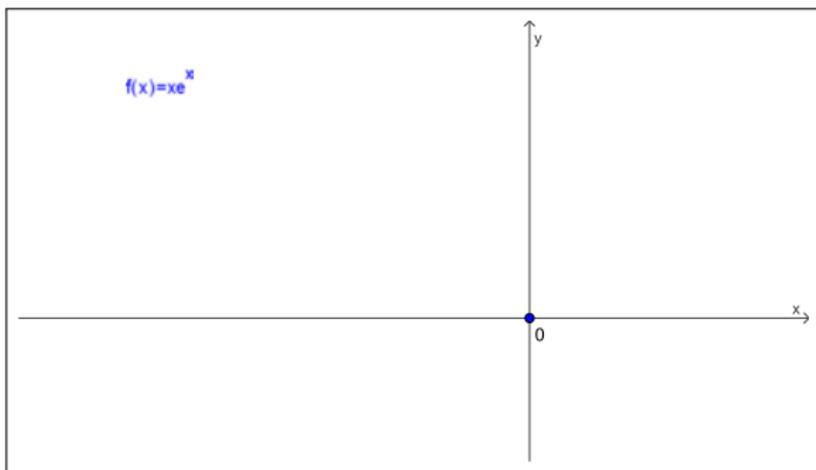


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluimos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

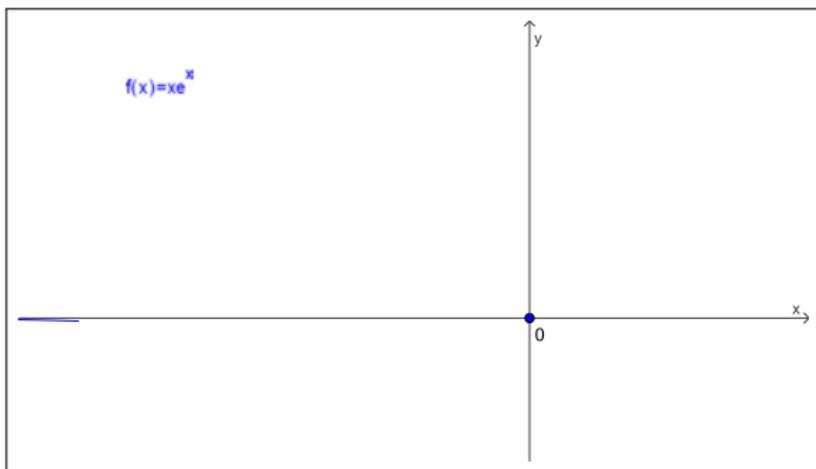


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluímos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

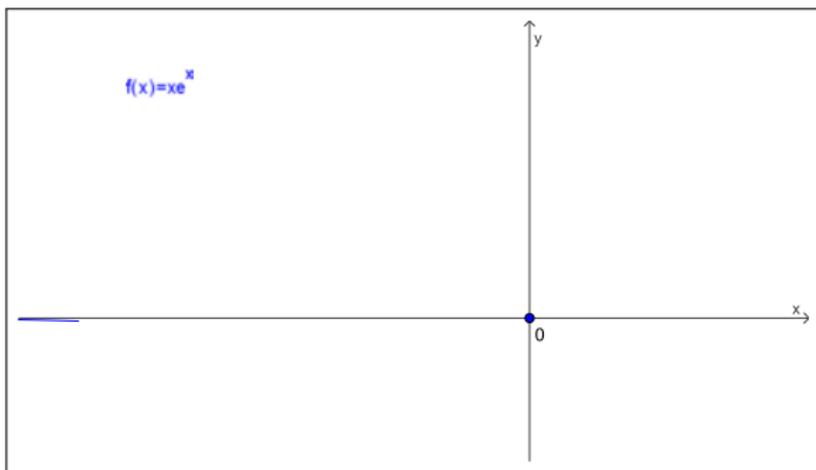


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluímos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f .

(4) Assíntotas

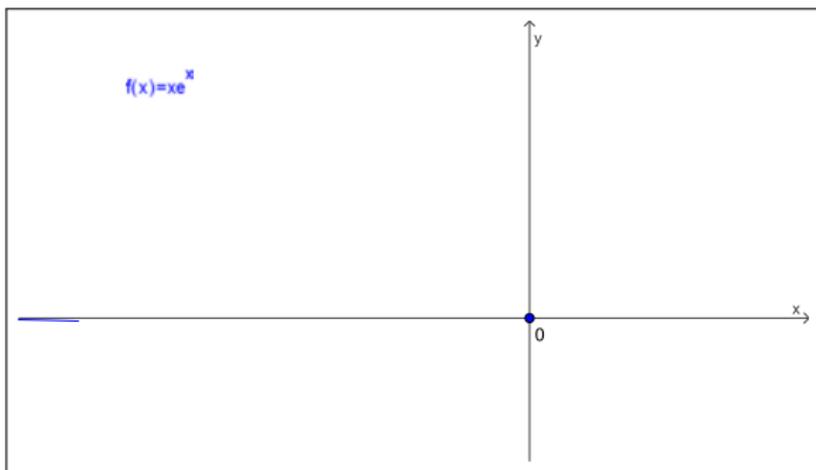


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluímos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f . Observe também que, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x e^x) = +\infty$.

(4) Assíntotas

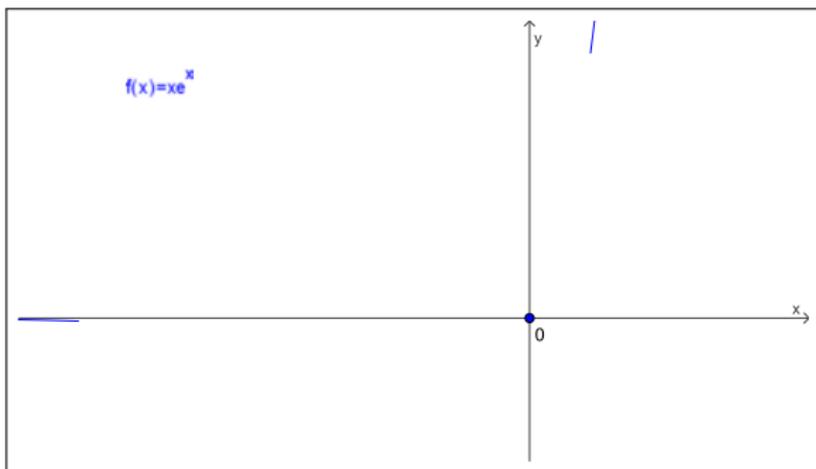


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluímos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f . Observe também que, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x e^x) = +\infty$.

(4) Assíntotas

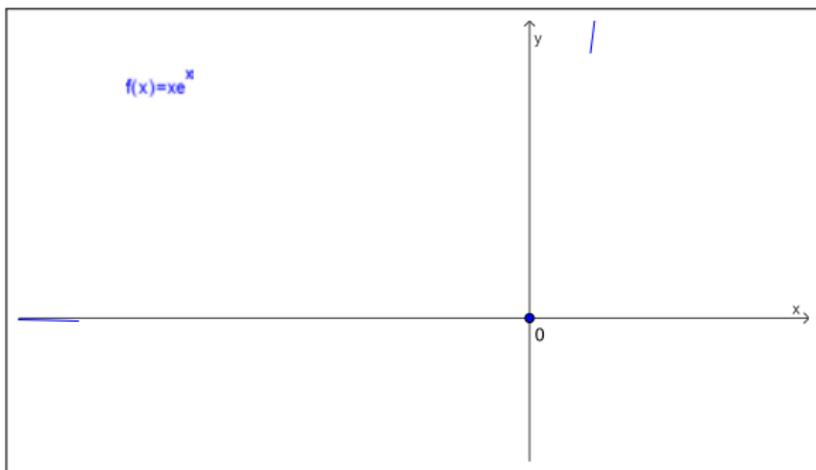


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluímos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f . Observe também que, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x e^x) = +\infty$.

(4) Assíntotas

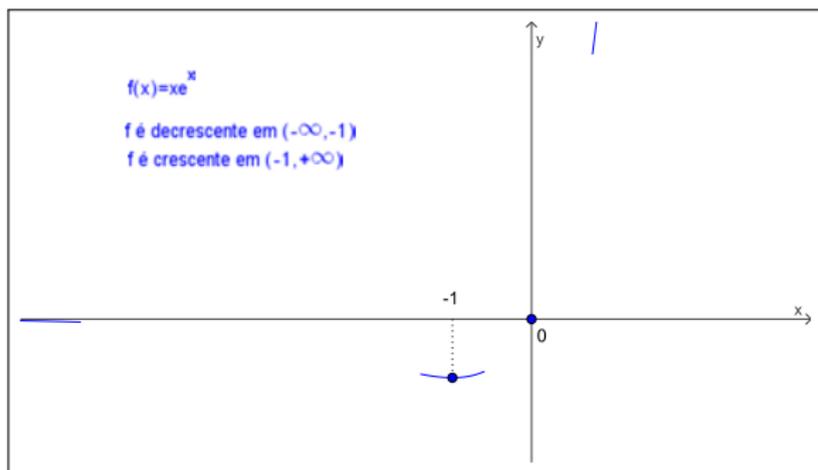


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Observe que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0^-,$$

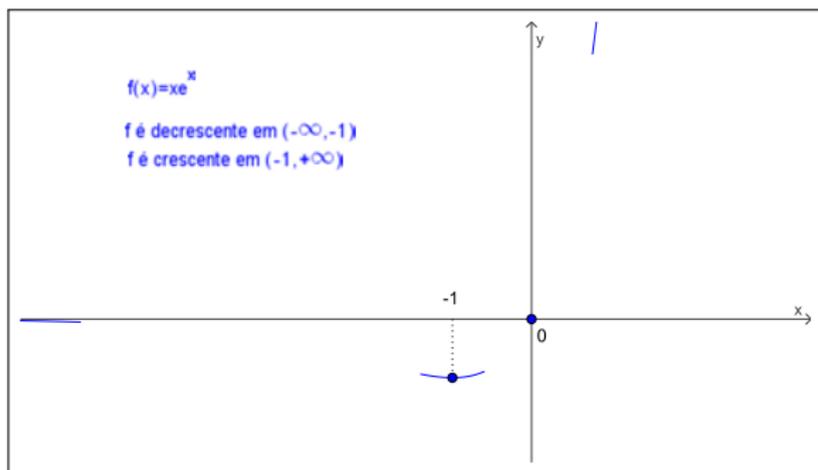
onde, em (*), usamos a regra de L'Hôpital. Concluímos assim que a reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal do gráfico de f . Observe também que, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x e^x) = +\infty$. A função f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em \mathbb{R} .

(5) Pontos onde a função não é derivável



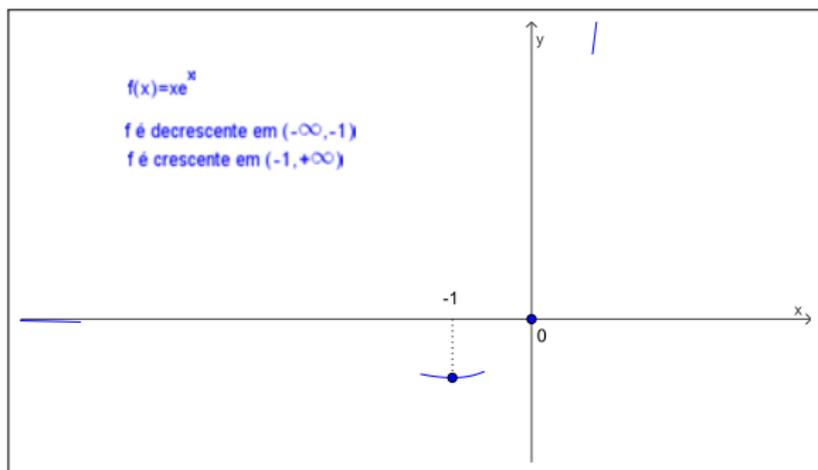
A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(5) Pontos onde a função não é derivável



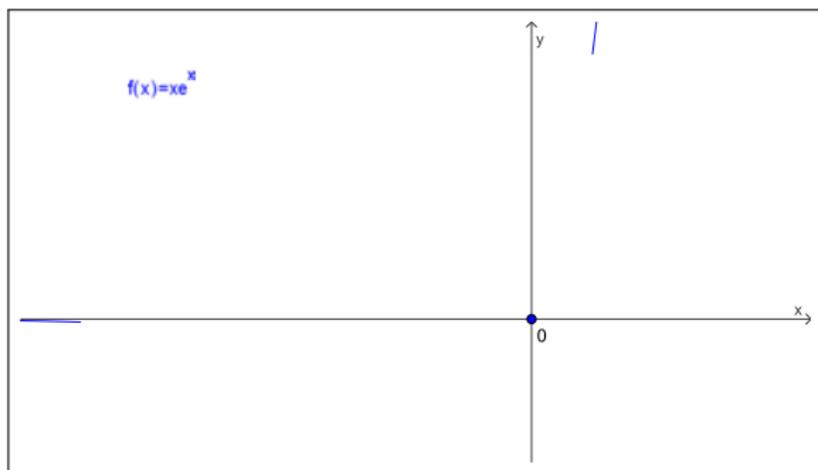
A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(5) Pontos onde a função não é derivável



A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui “bicos” e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

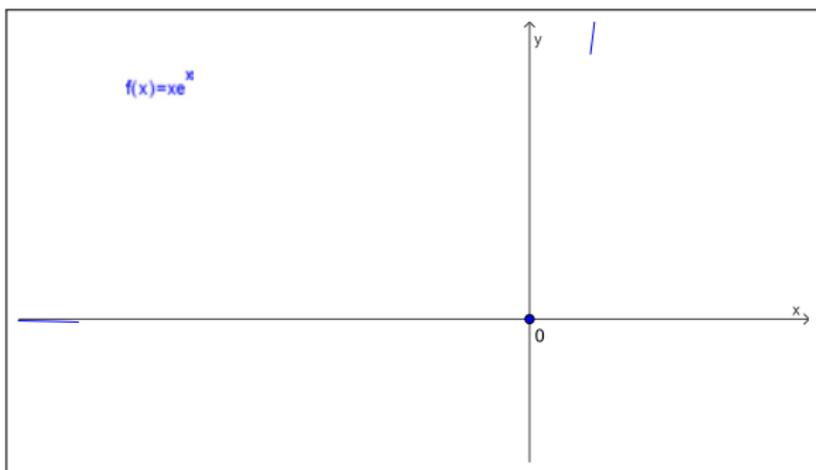
(6) Crescimento e decrescimento



Na aula passada vimos que $f'(x) = (x + 1)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada de f :

Como $f'(x) < 0$ para $x \in (-\infty, -1)$, vemos que f é decrescente em $(-\infty, -1)$. Como $f'(x) > 0$ para $x \in (-1, +\infty)$, vemos que f é crescente em $(-1, +\infty)$.

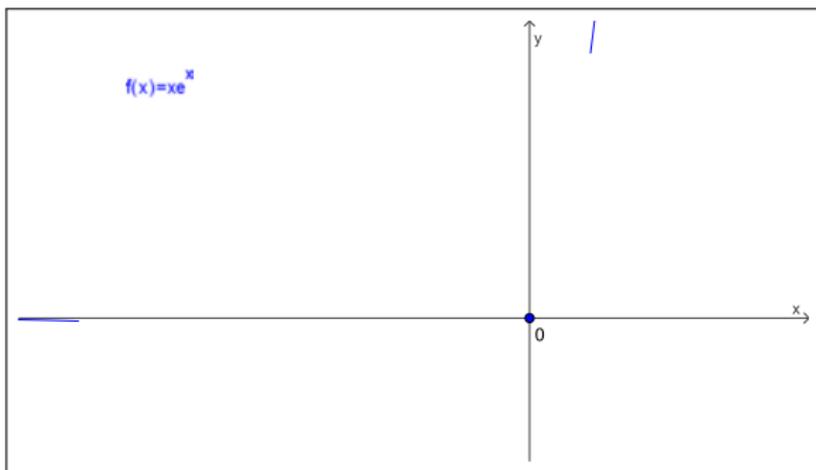
(6) Crescimento e decrescimento



Na aula passada vimos que $f'(x) = (x + 1)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada de f :

Como $f'(x) < 0$ para $x \in (-\infty, -1)$, vemos que f é decrescente em $(-\infty, -1)$. Como $f'(x) > 0$ para $x \in (-1, +\infty)$, vemos que f é crescente em $(-1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

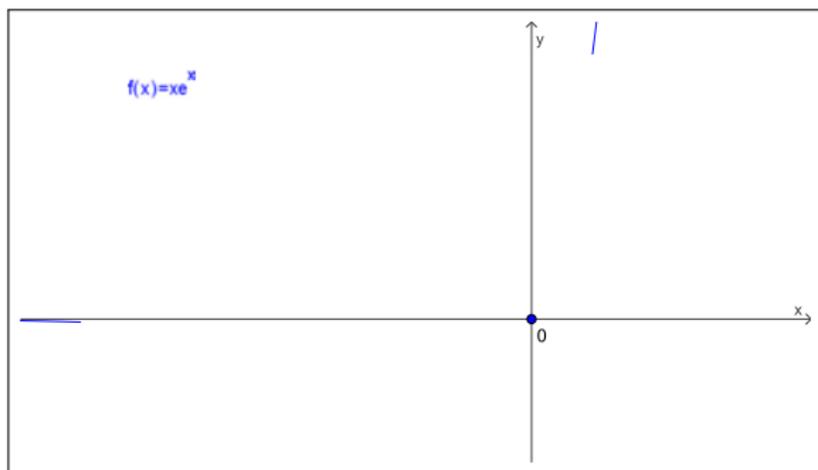


Na aula passada vimos que $f'(x) = (x + 1)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada de f :



Como $f'(x) < 0$ para $x \in (-\infty, -1)$, vemos que f é decrescente em $(-\infty, -1)$. Como $f'(x) > 0$ para $x \in (-1, +\infty)$, vemos que f é crescente em $(-1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

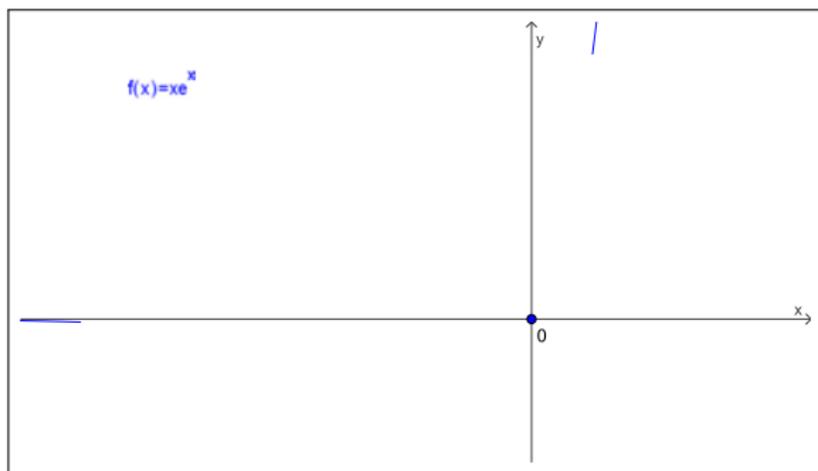


Na aula passada vimos que $f'(x) = (x + 1)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada de f :



Como $f'(x) < 0$ para $x \in (-\infty, -1)$, vemos que f é decrescente em $(-\infty, -1)$. Como $f'(x) > 0$ para $x \in (-1, +\infty)$, vemos que f é crescente em $(-1, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

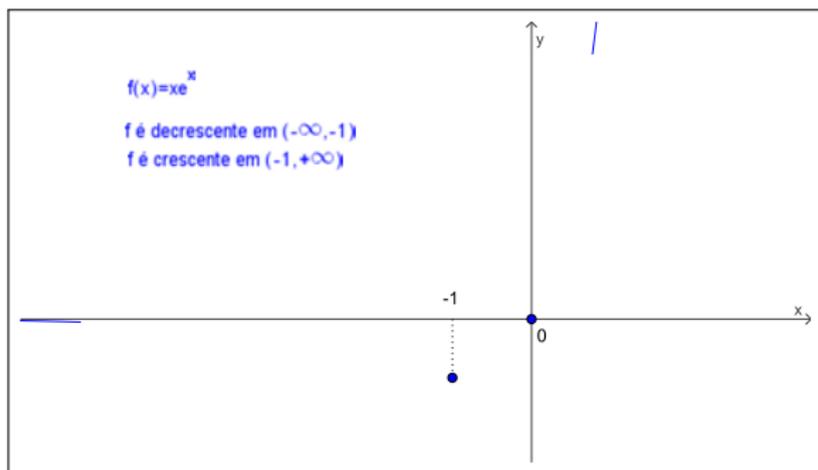


Na aula passada vimos que $f'(x) = (x + 1)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada de f :



Como $f'(x) < 0$ para $x \in (-\infty, -1)$, vemos que f é decrescente em $(-\infty, -1)$. Como $f'(x) > 0$ para $x \in (-1, +\infty)$, vemos que f é crescente em $(-1, +\infty)$.

(5) Crescimento e decrescimento

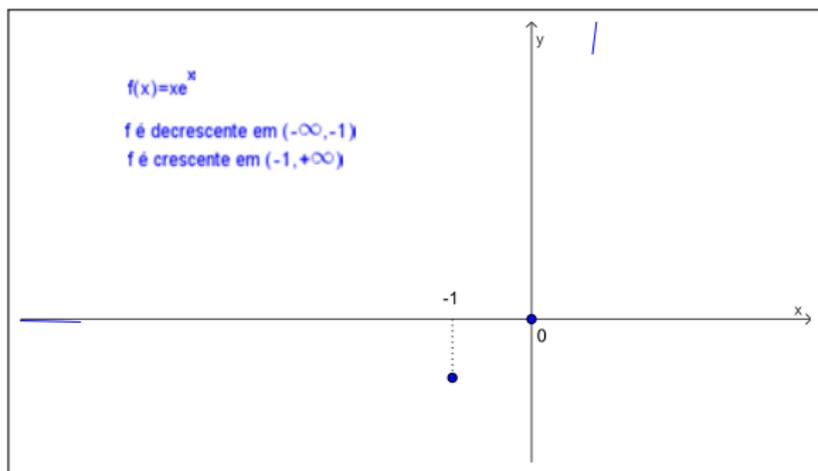


Na aula passada vimos que $f'(x) = (x + 1)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada de f :

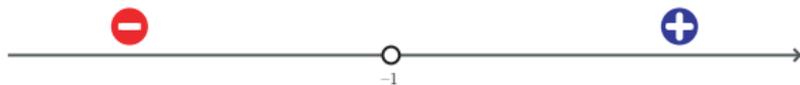


Como $f'(x) < 0$ para $x \in (-\infty, -1)$, vemos que f é decrescente em $(-\infty, -1)$. Como $f'(x) > 0$ para $x \in (-1, +\infty)$, vemos que f é crescente em $(-1, +\infty)$.

(7) Máximos e mínimos locais

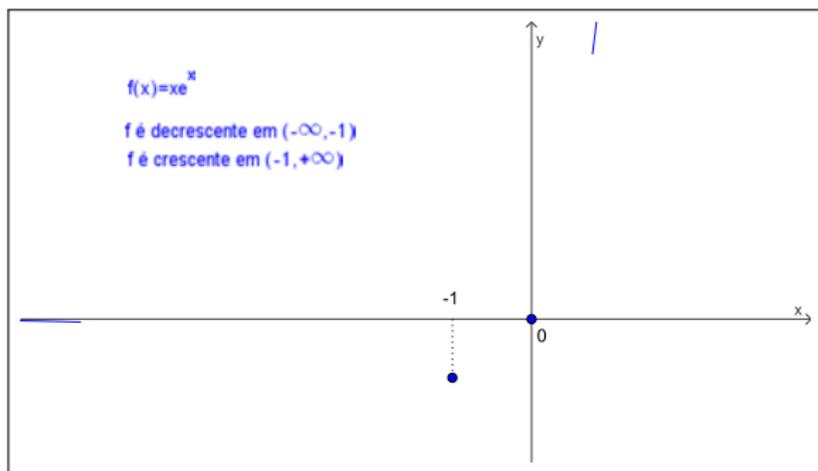


Sinal da
derivada

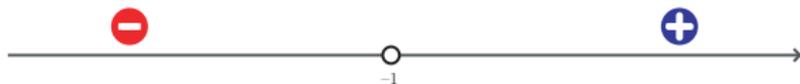


Na última aula vimos que $p = -1$ é o único ponto crítico de f e que, pelo teste da derivada primeira, $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em \mathbb{R} .

(7) Máximos e mínimos locais

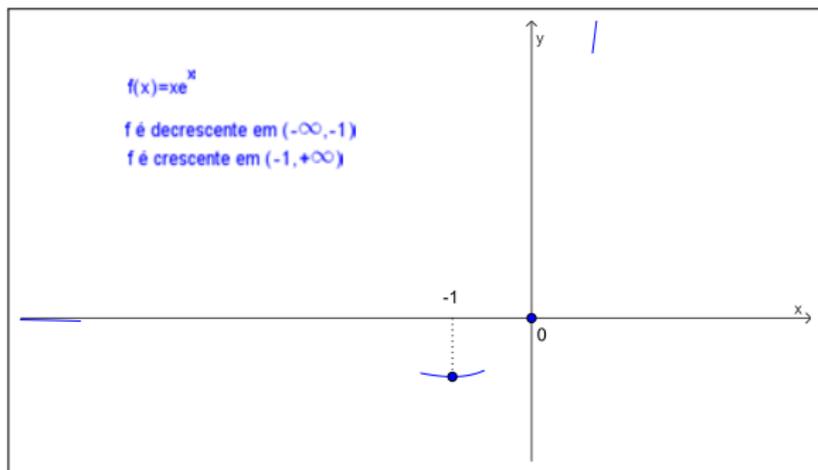


Sinal da derivada

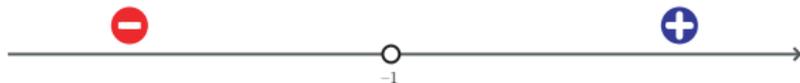


Na última aula vimos que $p = -1$ é o único ponto crítico de f e que, pelo teste da derivada primeira, $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em \mathbb{R} .

(7) Máximos e mínimos locais

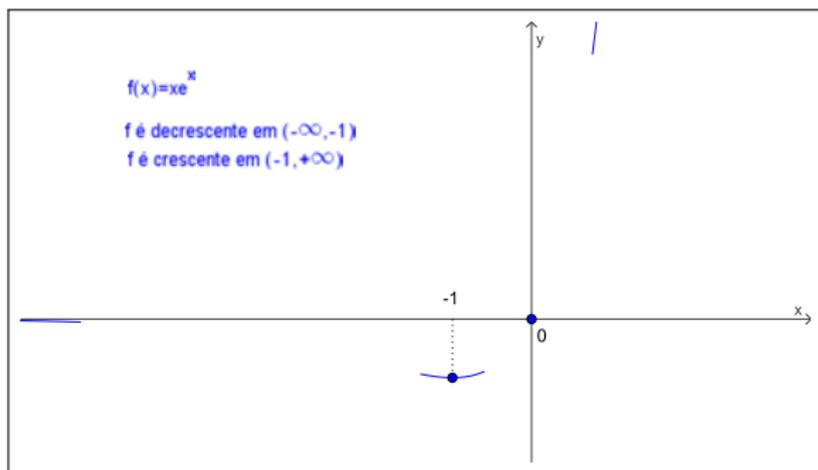


Sinal da
derivada



Na última aula vimos que $p = -1$ é o único ponto crítico de f e que, pelo teste da derivada primeira, $p = -1$ é ponto de mínimo local de f em \mathbb{R} .

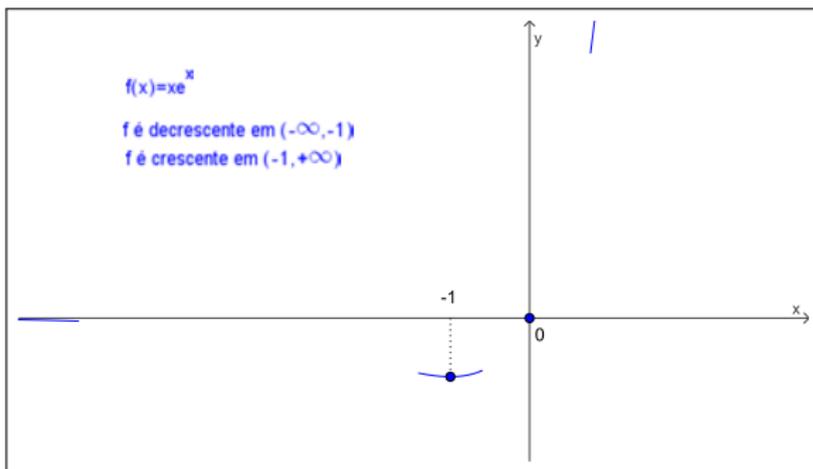
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Na aula passada vimos que $f''(x) = (x + 2)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada segunda de f :

Assim, f é côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -2)$ e f é côncava para cima no intervalo $(-2, +\infty)$. Consequentemente, $p = -2$ é o único ponto de inflexão de f .

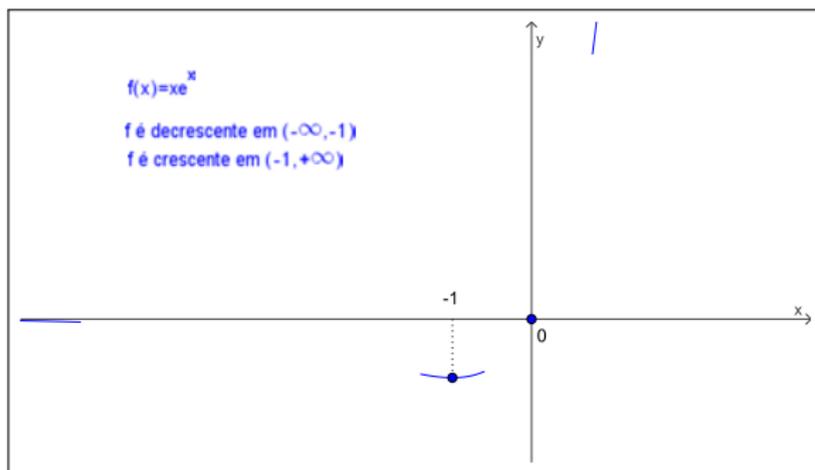
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Na aula passada vimos que $f''(x) = (x + 2)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada segunda de f :

Assim, f é côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -2)$ e f é côncava para cima no intervalo $(-2, +\infty)$. Consequentemente, $p = -2$ é o único ponto de inflexão de f .

(8) Concavidade e pontos de inflexão

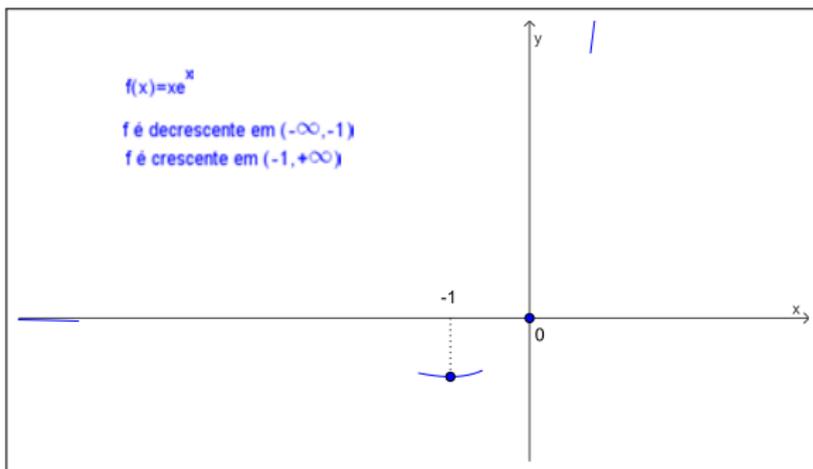


Na aula passada vimos que $f''(x) = (x+2)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada segunda de f :



Assim, f é côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -2)$ e f é côncava para cima no intervalo $(-2, +\infty)$. Consequentemente, $p = -2$ é o único ponto de inflexão de f .

(8) Concavidade e pontos de inflexão

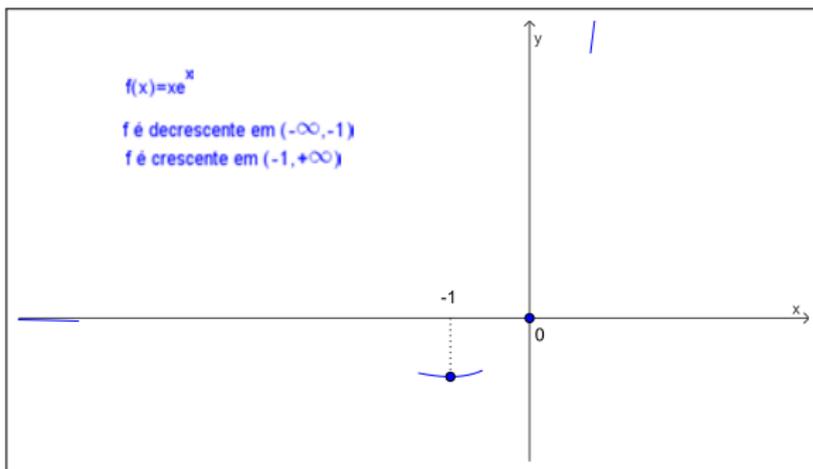


Na aula passada vimos que $f''(x) = (x+2)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada segunda de f :



Assim, f é côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -2)$ e f é côncava para cima no intervalo $(-2, +\infty)$.
Consequentemente, $p = -2$ é o único ponto de inflexão de f .

(8) Concavidade e pontos de inflexão

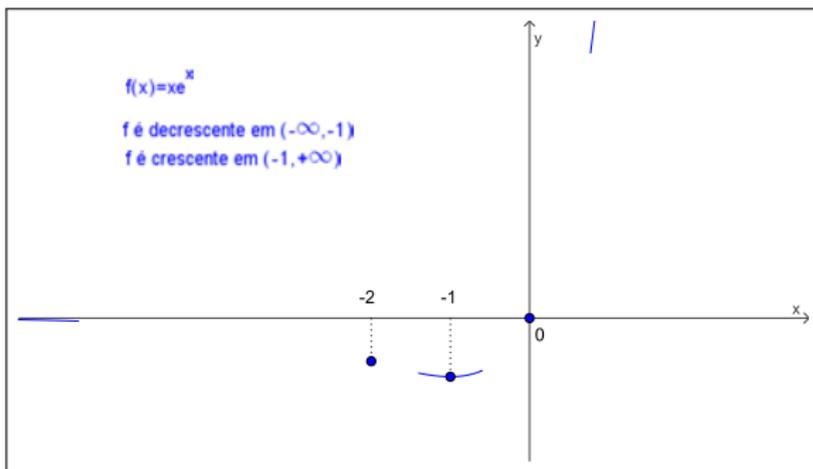


Na aula passada vimos que $f''(x) = (x+2)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada segunda de f :



Assim, f é côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -2)$ e f é côncava para cima no intervalo $(-2, +\infty)$. Consequentemente, $p = -2$ é o único ponto de inflexão de f .

(8) Concavidade e pontos de inflexão

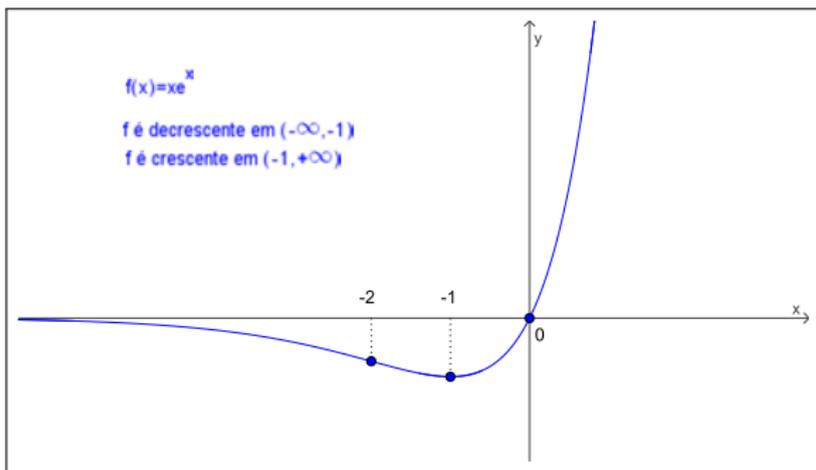


Na aula passada vimos que $f''(x) = (x + 2)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada segunda de f :



Assim, f é côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -2)$ e f é côncava para cima no intervalo $(-2, +\infty)$. Consequentemente, $p = -2$ é o único ponto de inflexão de f .

(8) Concavidade e pontos de inflexão



Na aula passada vimos que $f''(x) = (x+2)e^x$ e já fizemos o estudo do sinal da derivada segunda de f :



Assim, f é côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -2)$ e f é côncava para cima no intervalo $(-2, +\infty)$. Consequentemente, $p = -2$ é o único ponto de inflexão de f .

