Cálculo I

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Aula 24

30 de junho de 2009

Exercícios

Roteiro

(1) Domínio da função.

(2) Interseção do gráfico da função com os eixos coordenados.

(3) Simetrias: função par, função ímpar, função periódica.

(4) Assíntotas horizontais e verticais.

(5) Pontos onde a função não é derivável.

(6) Intervalos de crescimento e decrescimento.

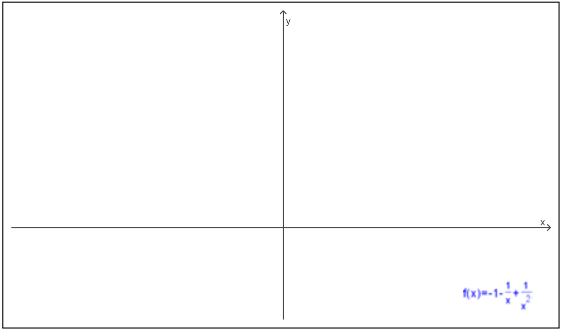
(7) Máximos e mínimos locais.

(8) Concavidade e pontos de inflexão.

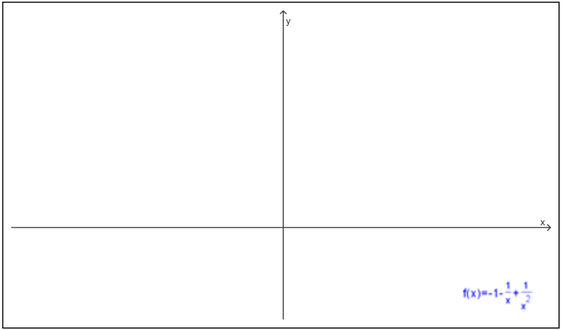
Exemplo

$$y = f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

(1) Domínio da função

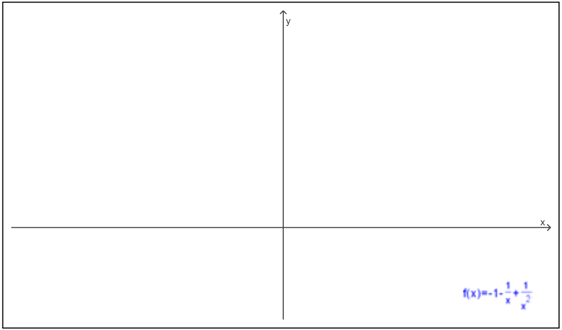


(1) Domínio da função



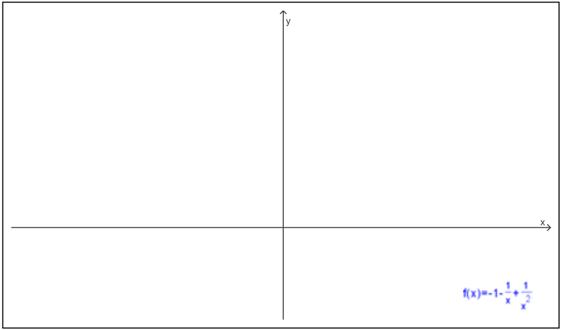
O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$.

(1) Domínio da função

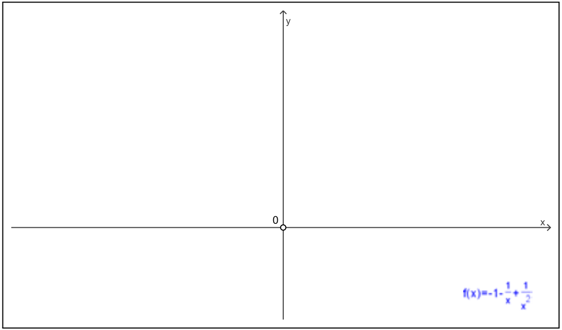


O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}.$

(1) Domínio da função

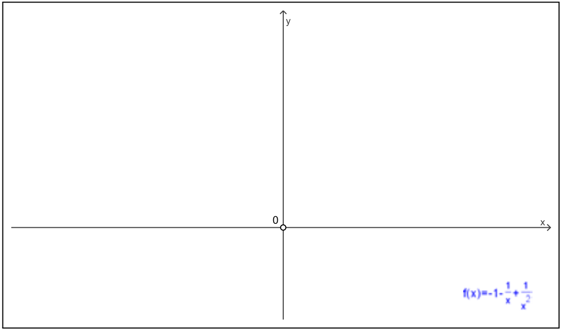


O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$.



O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

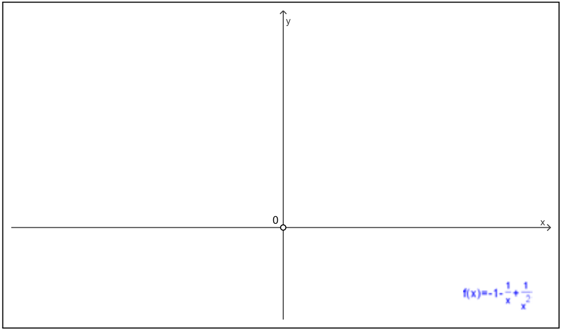


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

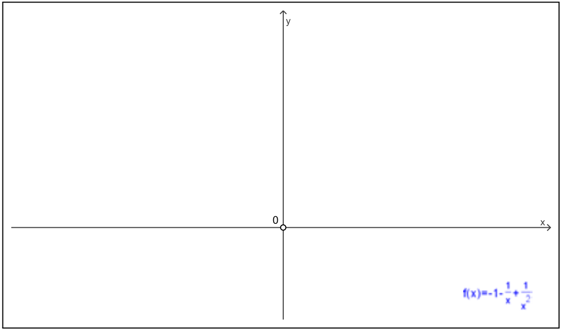


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2+x-1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1-\sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1+\sqrt{5})/2, 0)$.

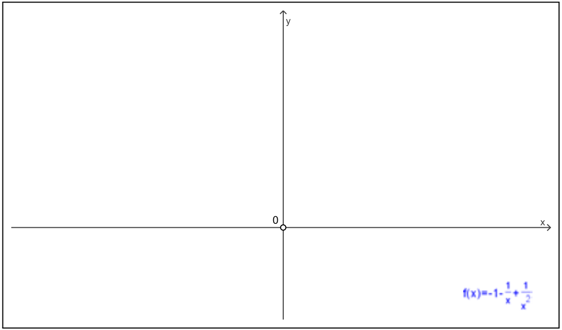
(2) Interseção com os eixos coordenados



Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

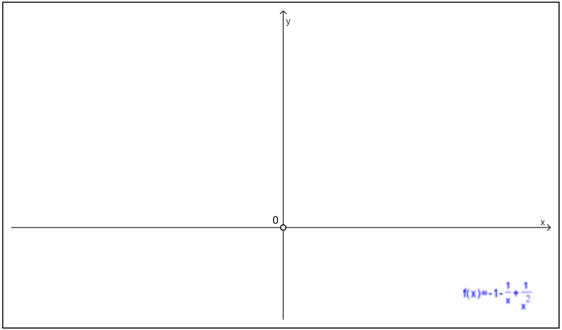


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

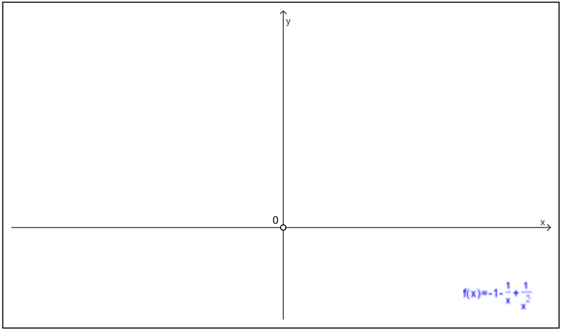
(2) Interseção com os eixos coordenados



Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

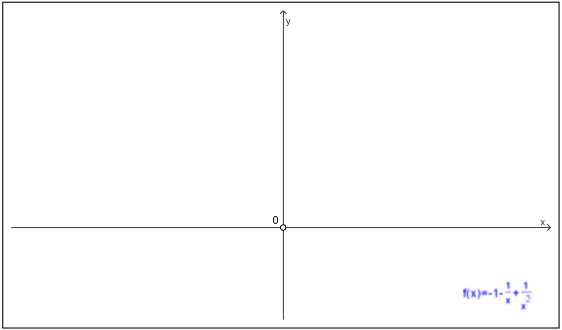
Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.



Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

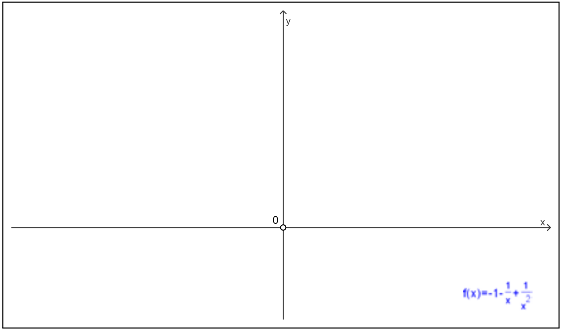


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2+x-1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1-\sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1+\sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

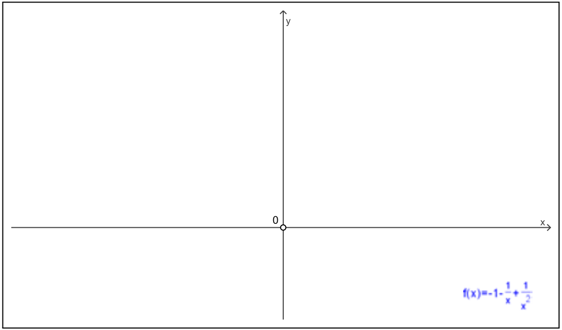


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

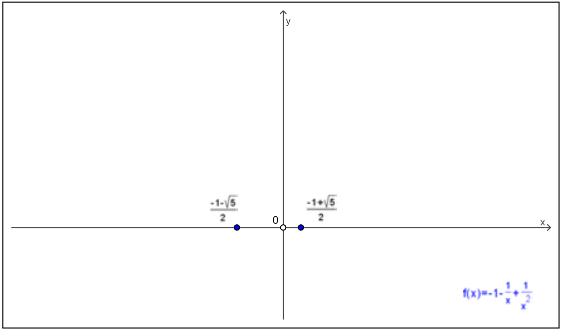


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

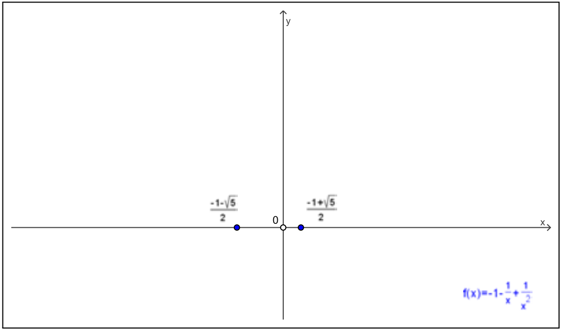


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

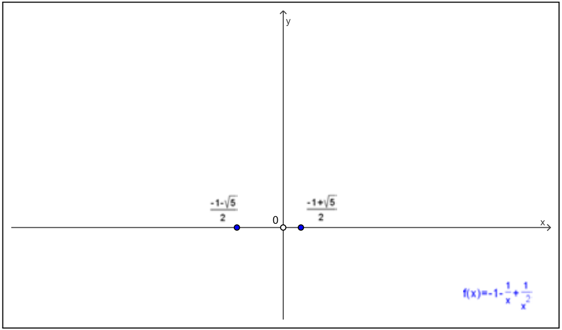
Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1-\sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1+\sqrt{5})/2, 0)$.

(3) Simetrias



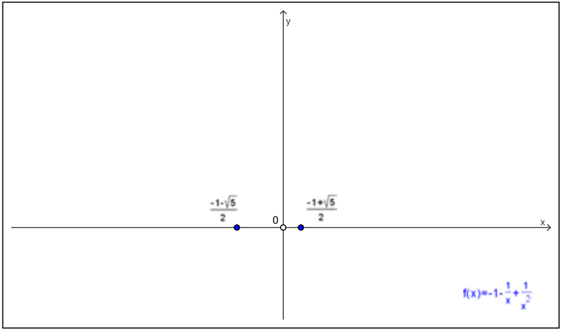
Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

(3) Simetrias

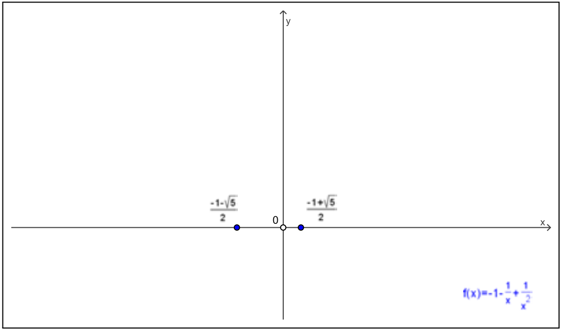


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

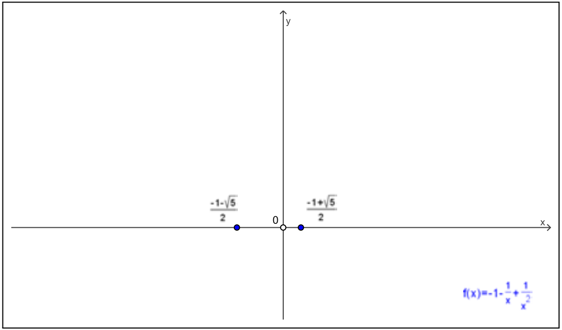
(3) Simetrias



Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

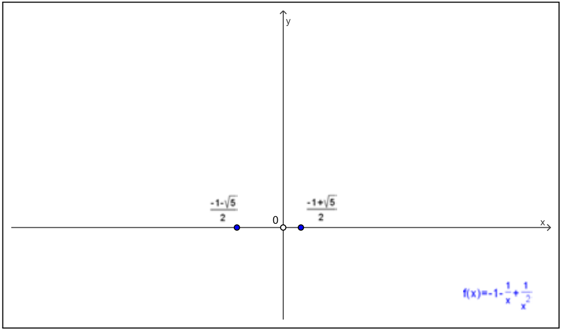


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

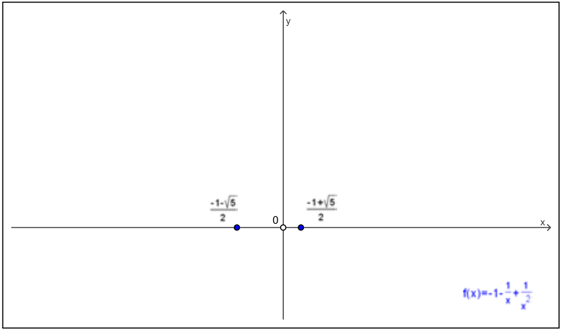


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

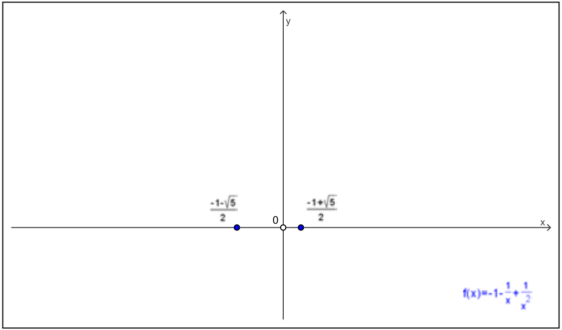
(3) Simetrias



Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).



Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

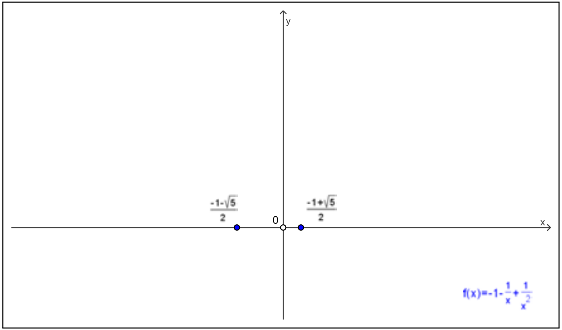


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y = -1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

(4) Assíntotas

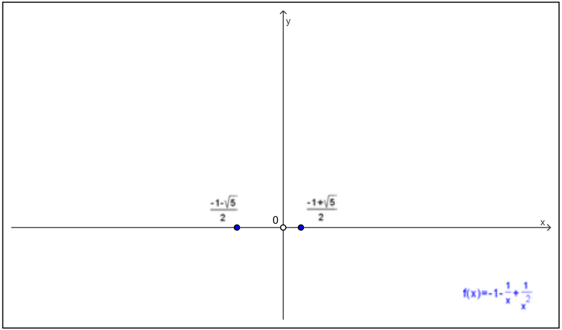


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y = -1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

(4) Assíntotas

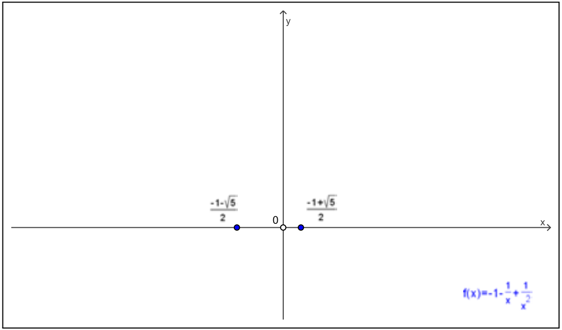


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

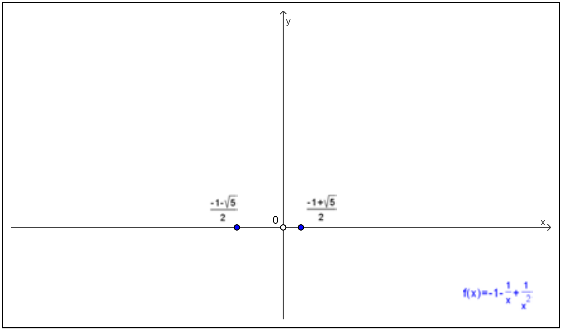
(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

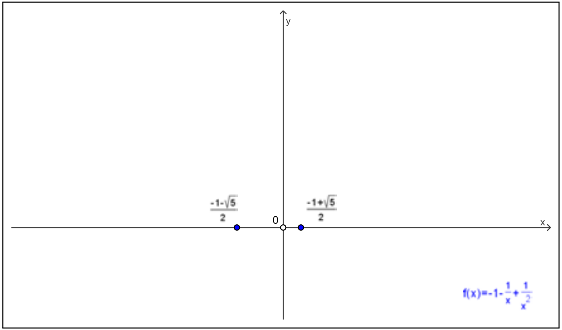


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

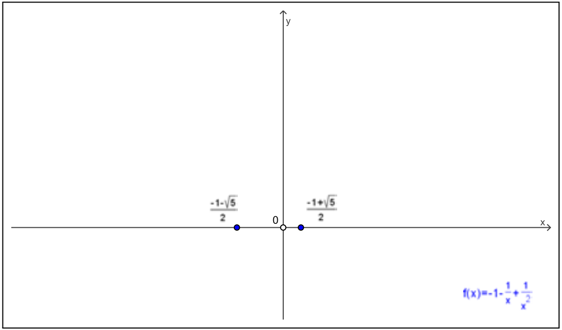
(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^{-} \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^{+},$$

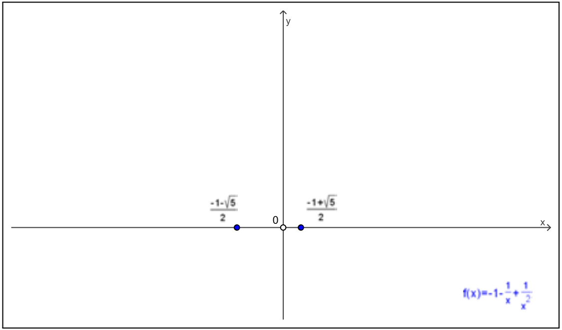
concluímos que a reta $y = -1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

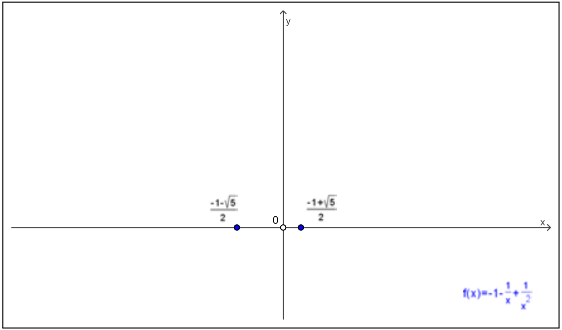
concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

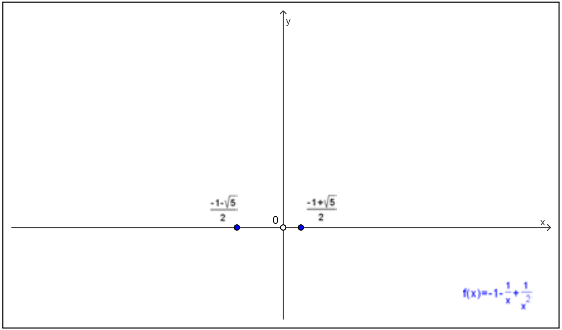
concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

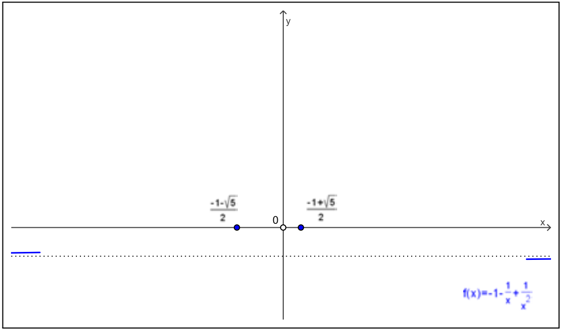
concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

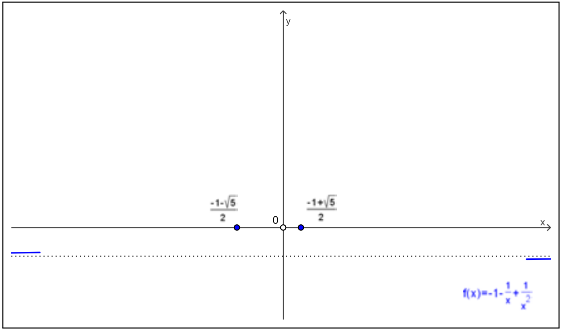
concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

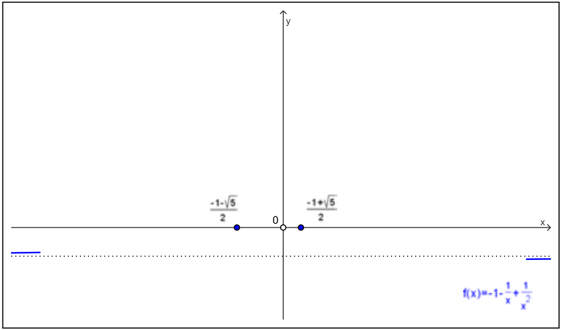


Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

(4) Assíntotas

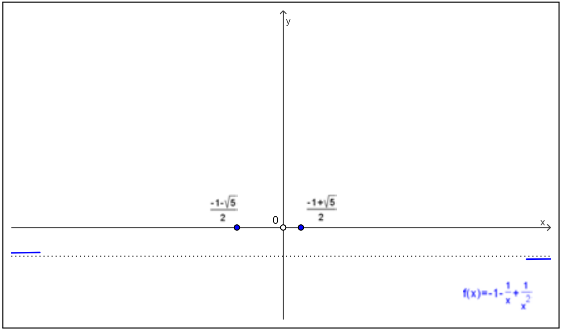


Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

(4) Assíntotas

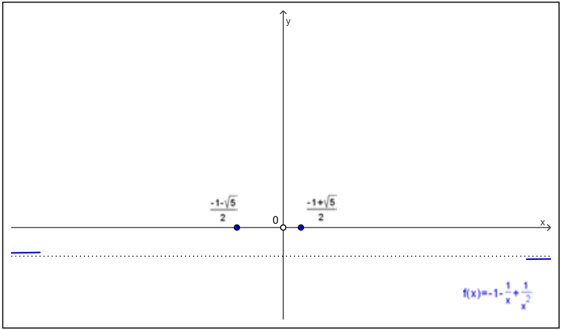


Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

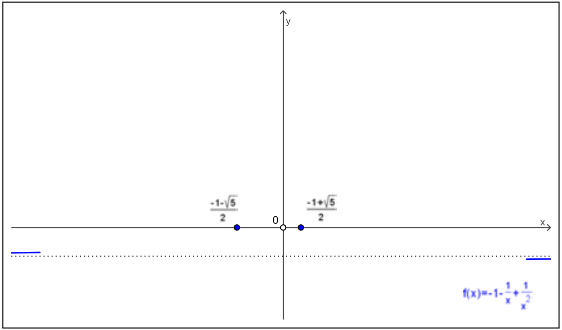
(4) Assíntotas



Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

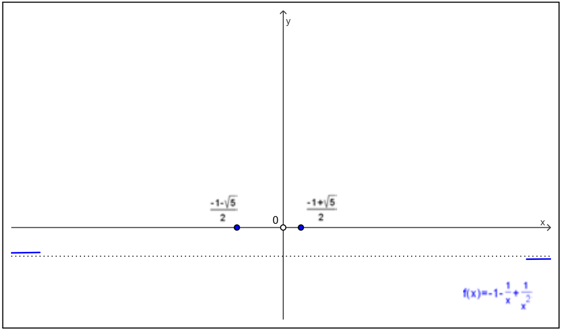


Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

(4) Assíntotas

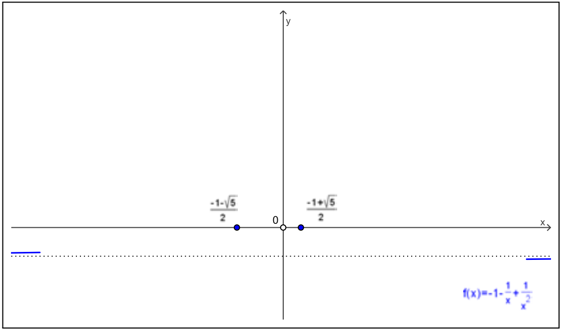


Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

(4) Assíntotas

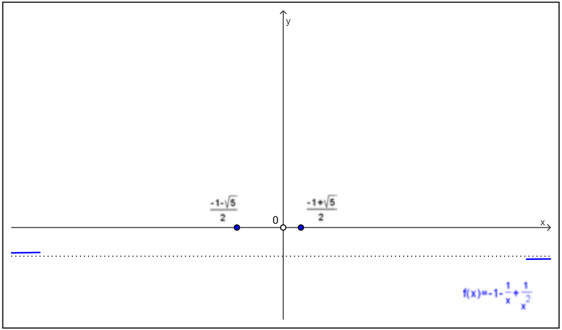


Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

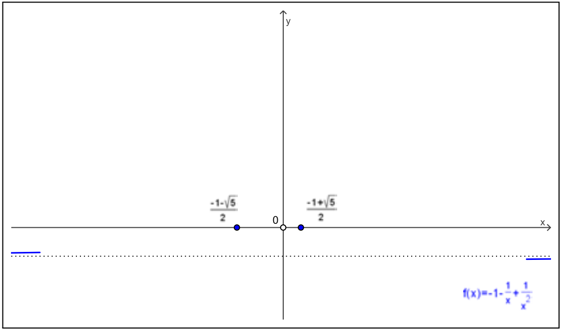
(4) Assíntotas



Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty,$$

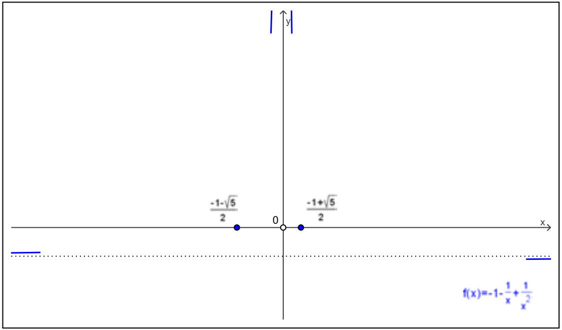
concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.



Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

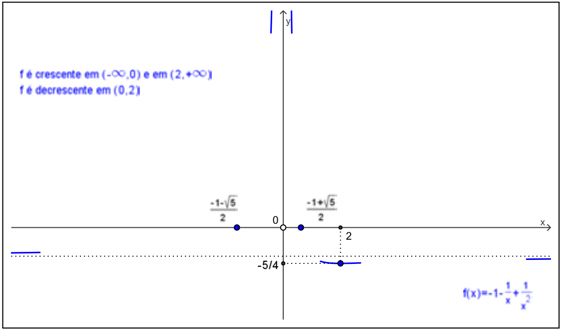


Como f é contínua em $x \neq 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

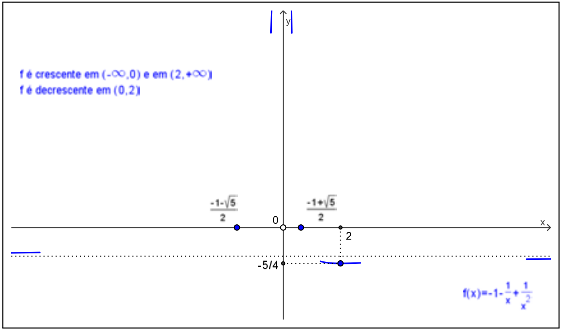
concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

(5) Pontos onde a função não é derivável



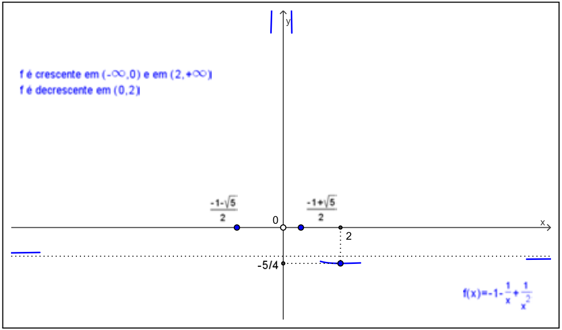
A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(5) Pontos onde a função não é derivável

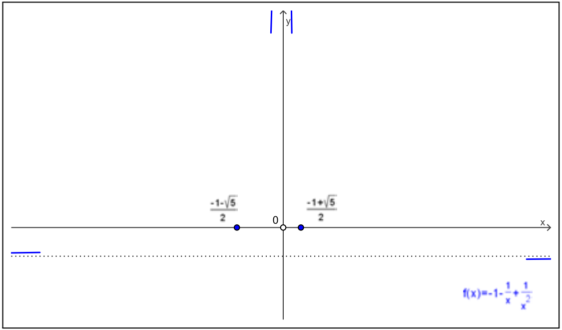


A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(5) Pontos onde a função não é derivável

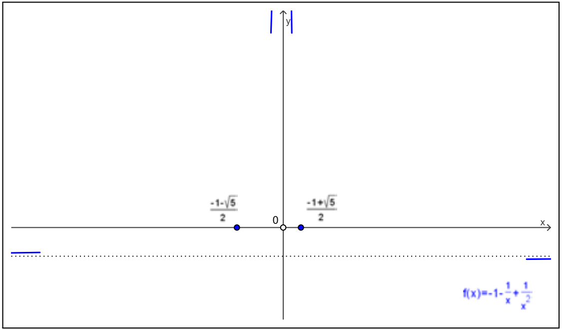


A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.



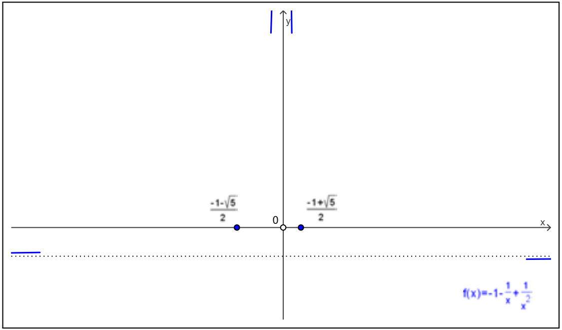
Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

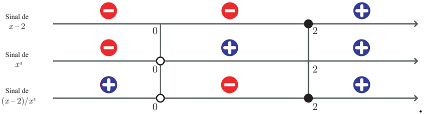


Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

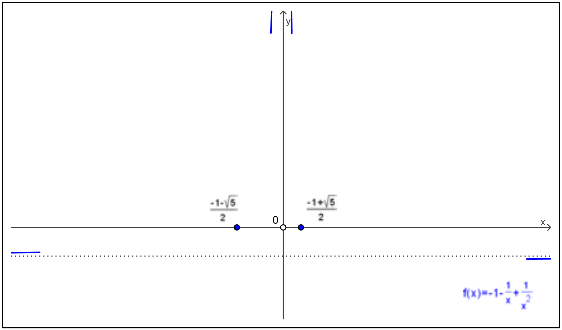


Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

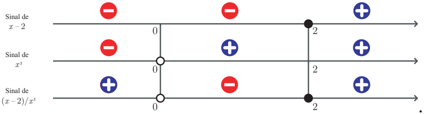


Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

(6) Crescimento e decrescimento

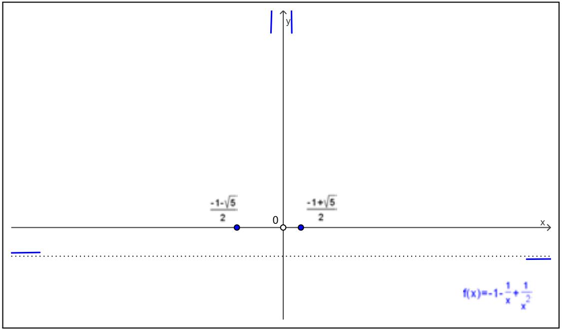


Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

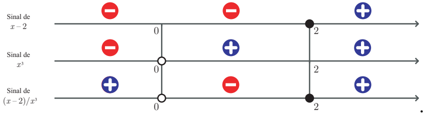


Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

(6) Crescimento e decrescimento

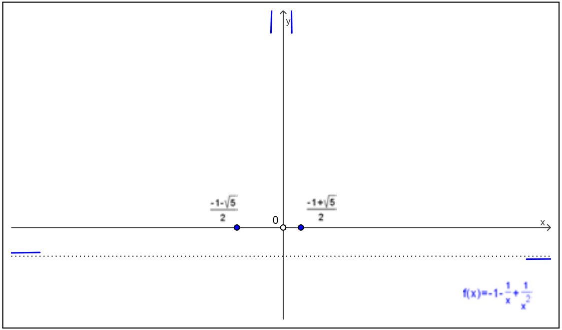


Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

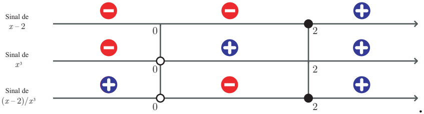


.

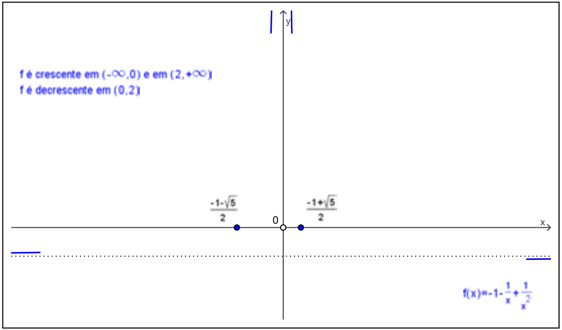
Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.



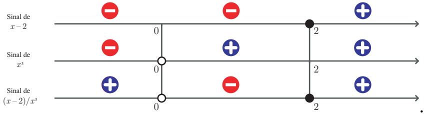
Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá



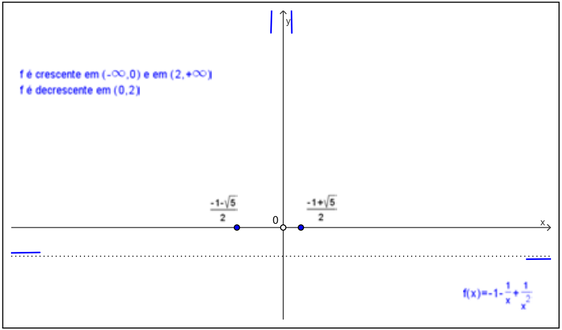
Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

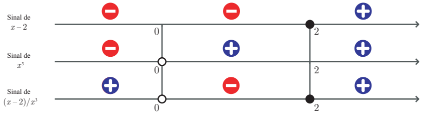


Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

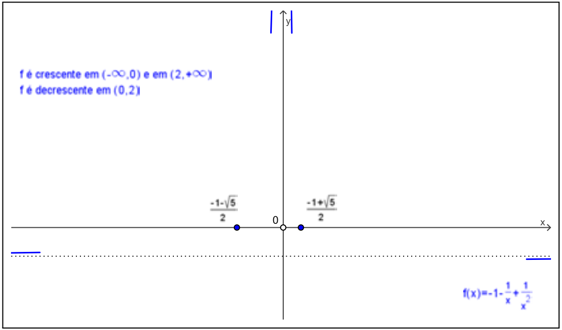


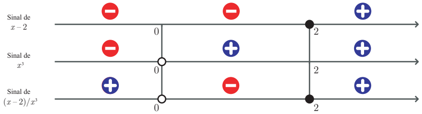
Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.



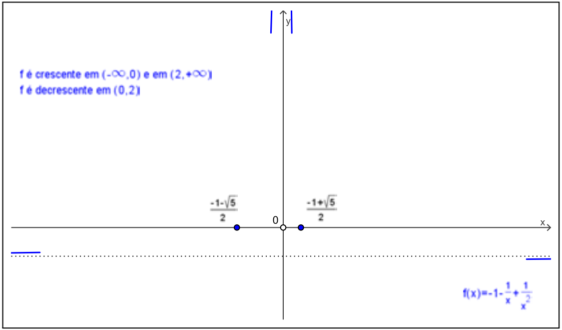


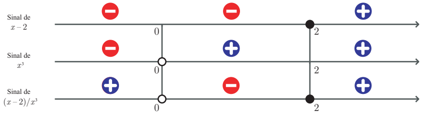
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.





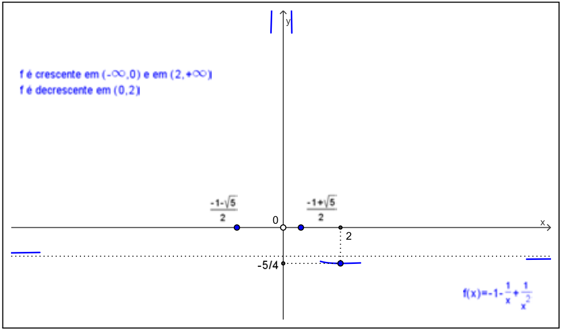
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.

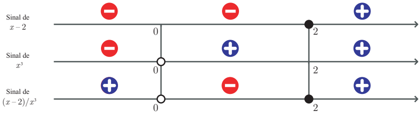




Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.

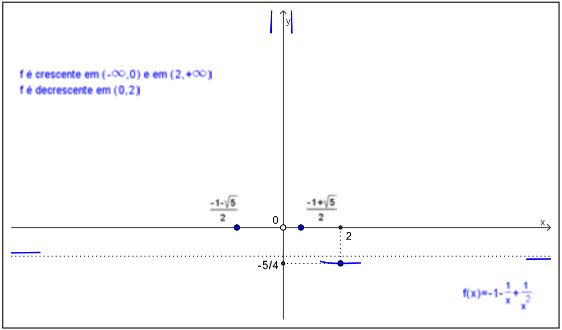
(7) Máximos e mínimos locais





Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.

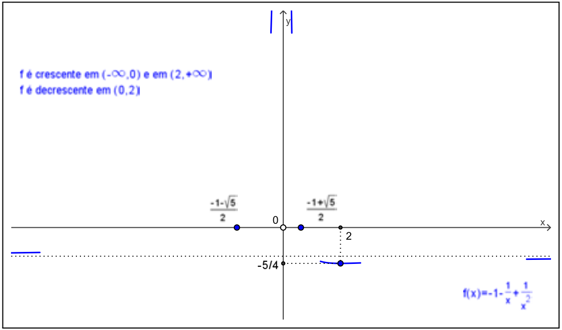
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \ \ (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

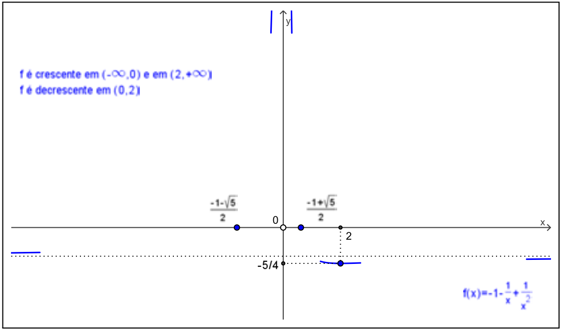


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

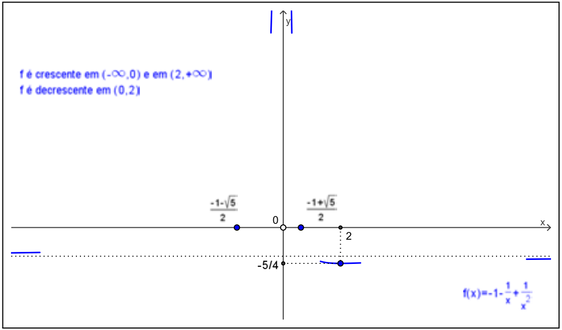
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

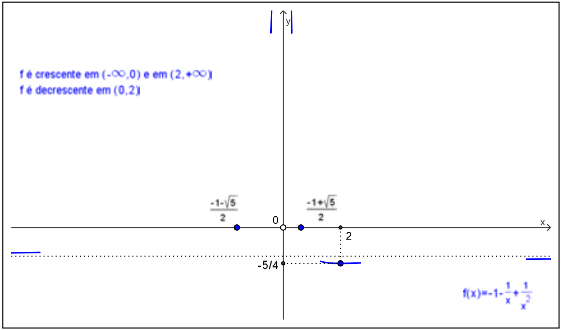


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

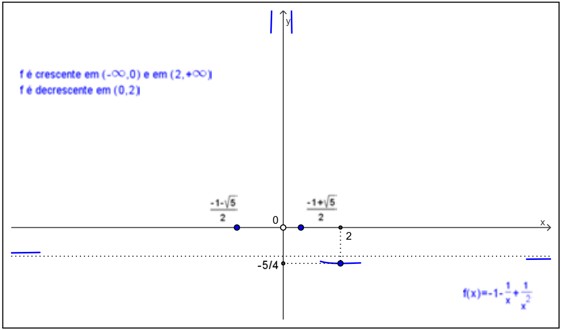
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

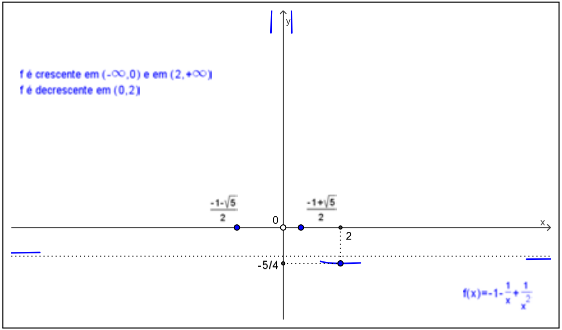


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

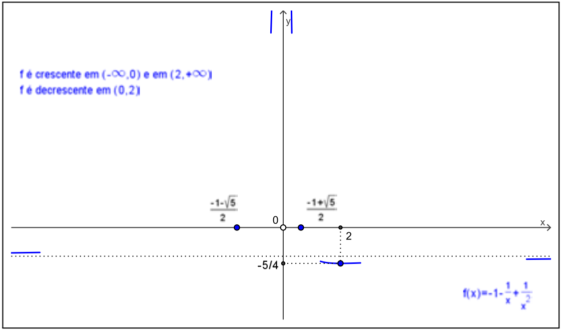


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

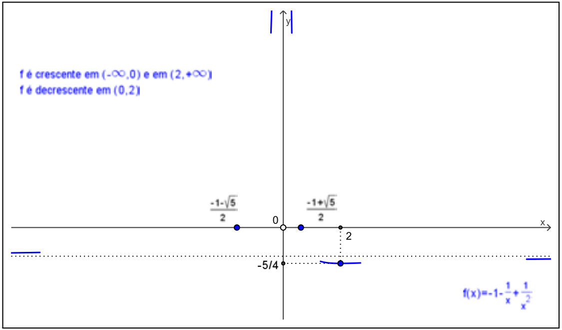


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

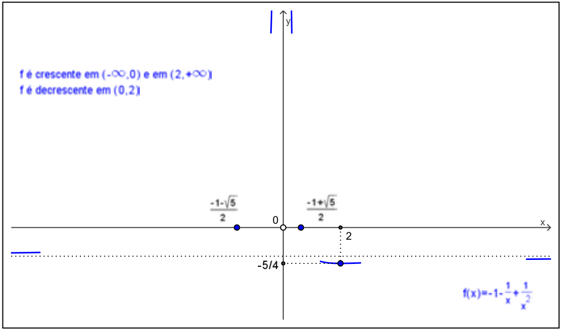


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

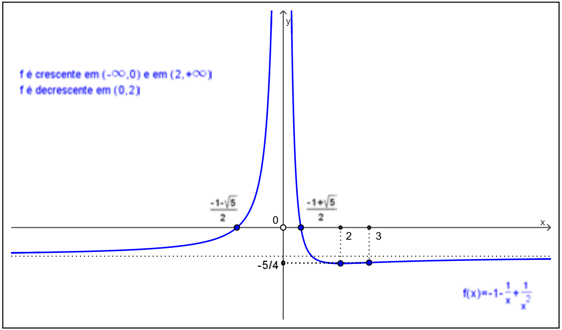
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

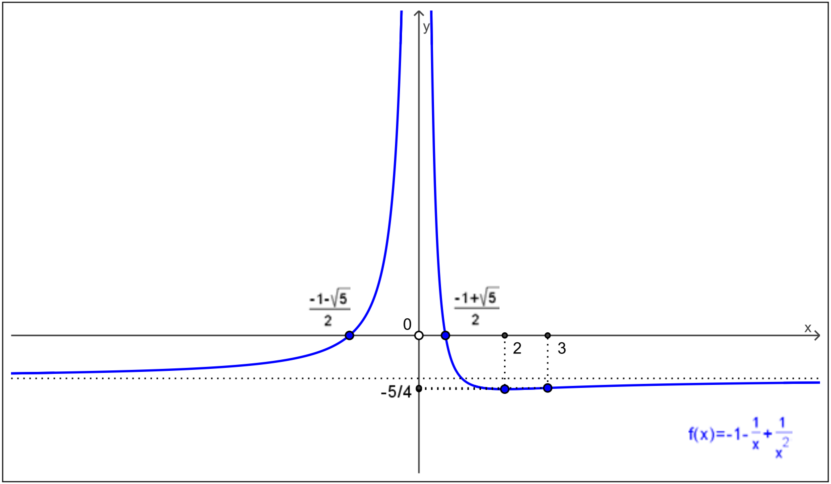


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \ \ (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Consequentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

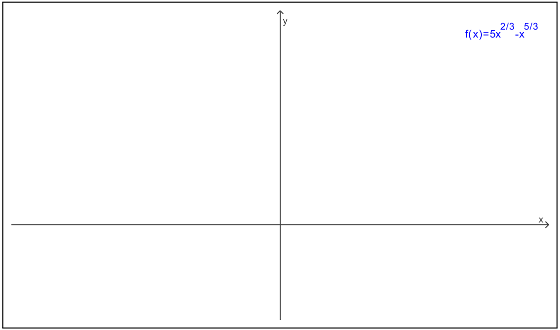
Pronto!



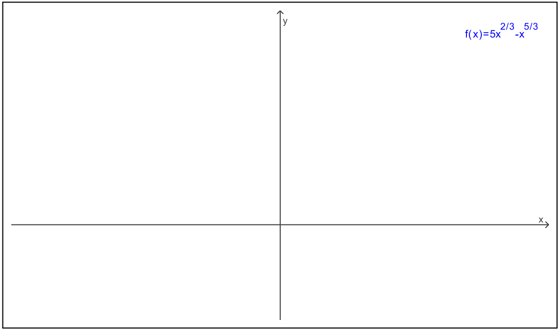
Exemplo

$$y = f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3}$$

(1) Domínio da função

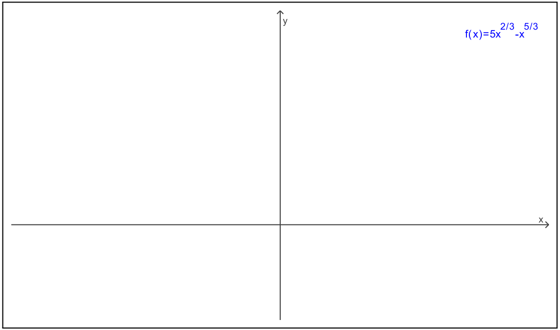


(1) Domínio da função

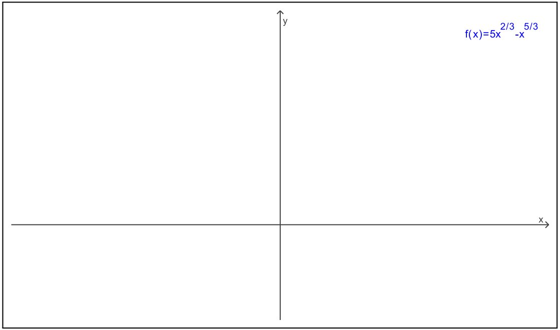


O domínio de f é $D = \mathbb{R}$.

(1) Domínio da função



O domínio de f é $D = \mathbb{R}$.

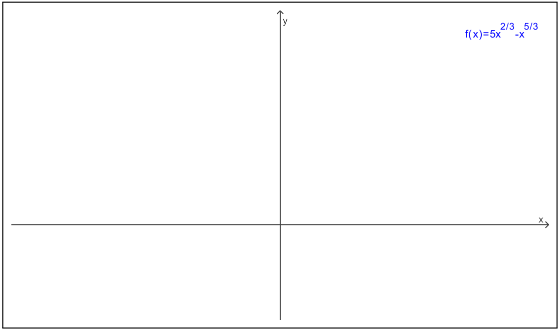


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad\Rightarrow\quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad\Rightarrow\quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

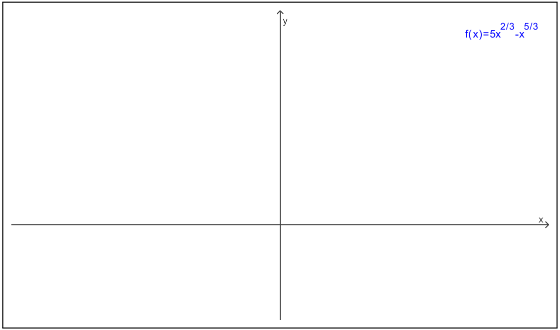


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \;\Rightarrow\; x^{2/3}(5 - x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

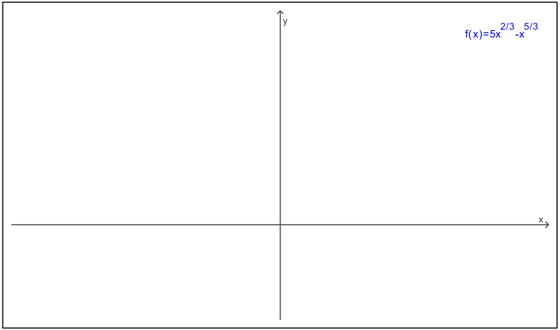


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad\Rightarrow\quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad\Rightarrow\quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

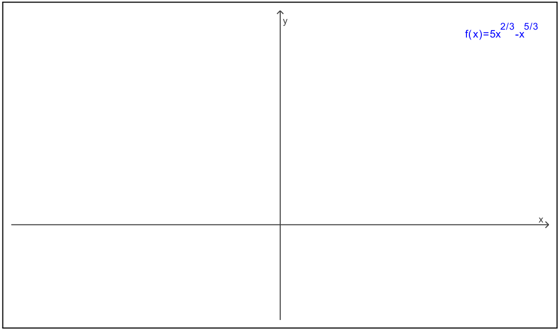


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

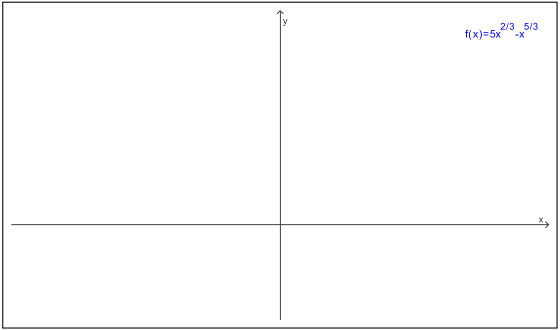


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

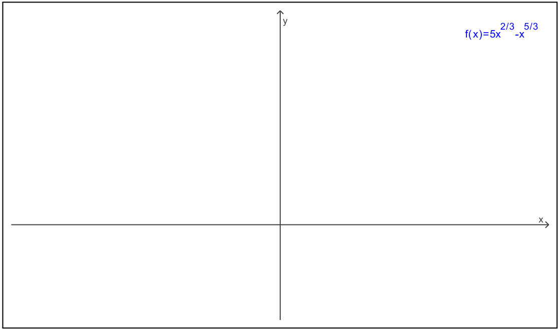


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

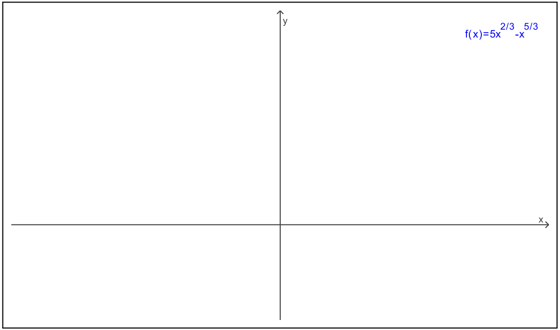


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0,0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad\Rightarrow\quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad\Rightarrow\quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0,0)$ e $(5,0)$.

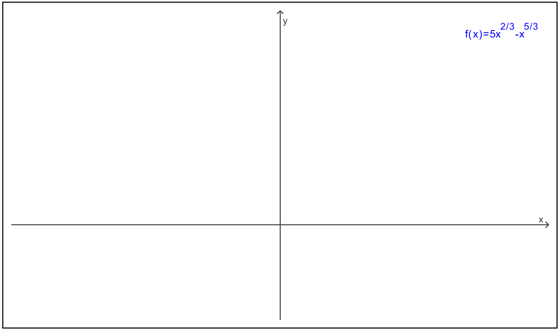
(2) Interseção com os eixos coordenados



A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

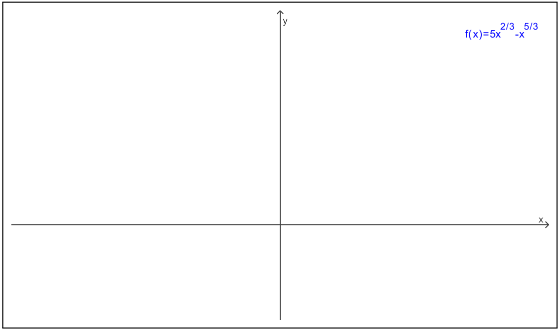


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

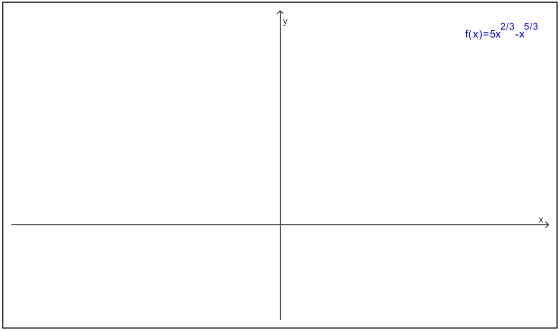


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^{2/3}(5 - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

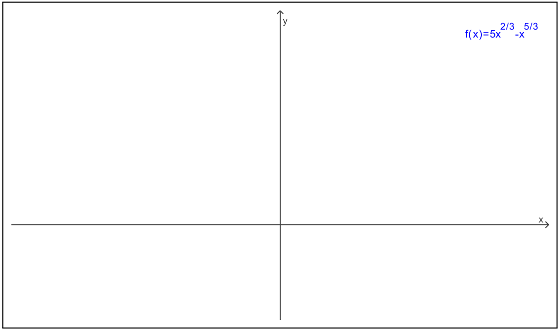


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \;\Rightarrow\; x^{2/3}(5 - x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

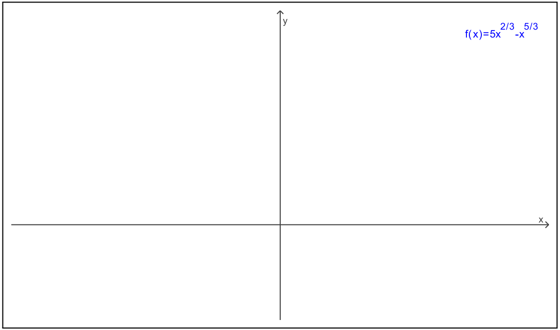


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \;\Rightarrow\; x^{2/3}(5 - x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

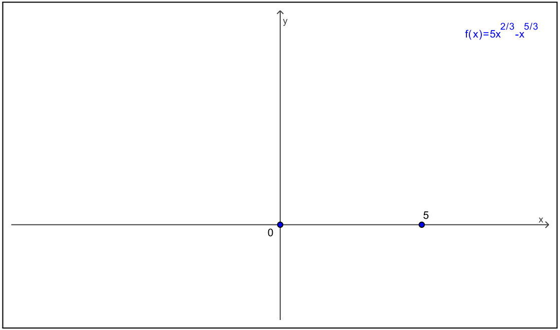
(2) Interseção com os eixos coordenados



A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; x^{2/3}(5 - x) = 0 \;\;\Rightarrow\;\; x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

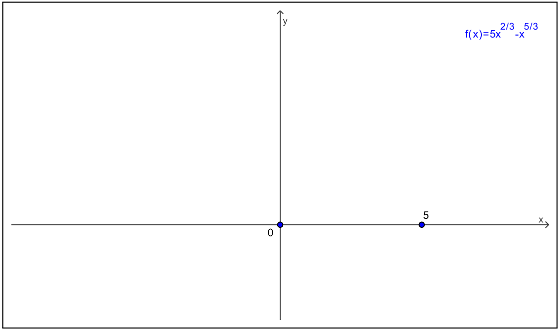


A interseção do gráfico com o eixo y é obtida fazendo-se $x = 0$. Como $f(0) = 0$, segue-se que o gráfico de f intercepta o eixo y no ponto $(0, 0)$. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = 5\,x^{2/3} - x^{5/3} = 0 \;\Rightarrow\; x^{2/3}(5 - x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0 \text{ ou } x = 5.$$

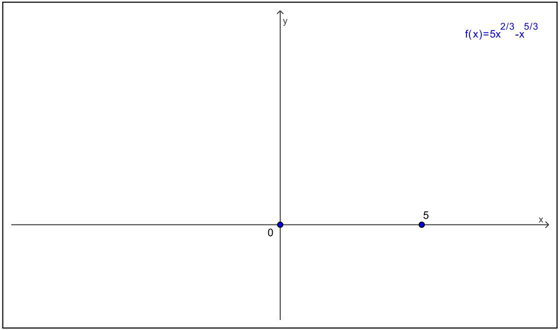
Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $(0, 0)$ e $(5, 0)$.

(3) Simetrias



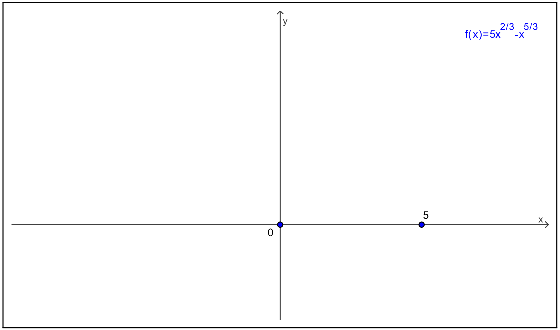
Como $f(-1) = 6$ e $f(1) = 4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-1) \neq f(1)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-1) \neq -f(1)$).

(3) Simetrias



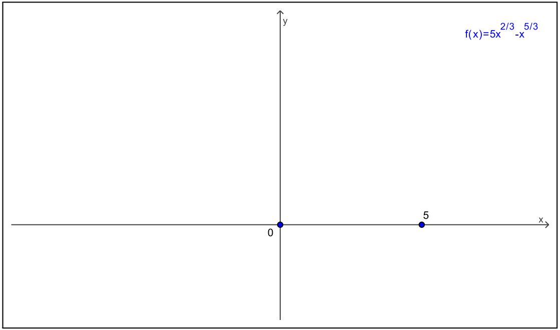
Como $f(-1) = 6$ e $f(1) = 4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-1) \neq f(1)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-1) \neq -f(1)$).

(3) Simetrias



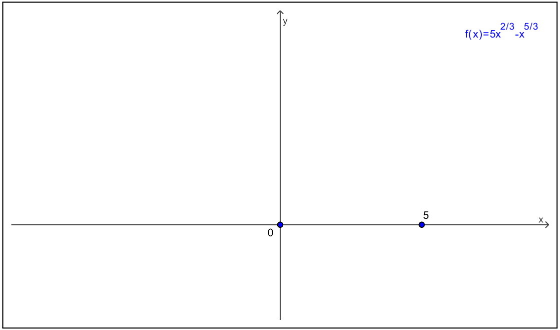
Como $f(-1) = 6$ e $f(1) = 4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-1) \neq f(1)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-1) \neq -f(1)$).

(3) Simetrias



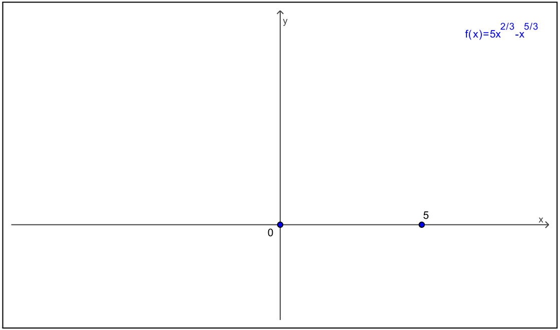
Como $f(-1) = 6$ e $f(1) = 4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-1) \neq f(1)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-1) \neq -f(1)$).

(3) Simetrias

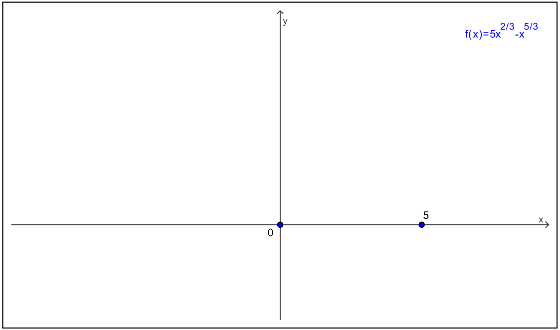


Como $f(-1) = 6$ e $f(1) = 4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-1) \neq f(1)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-1) \neq -f(1)$).

(3) Simetrias

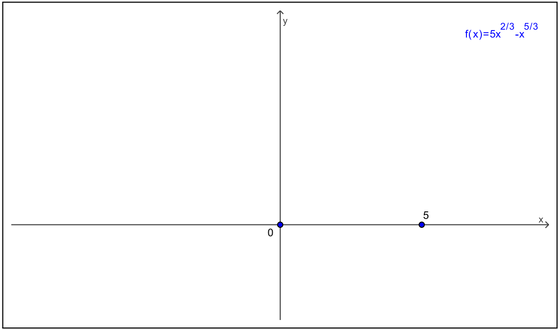


Como $f(-1) = 6$ e $f(1) = 4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-1) \neq f(1)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-1) \neq -f(1)$).



Como $f(-1) = 6$ e $f(1) = 4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-1) \neq f(1)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-1) \neq -f(1)$).

(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

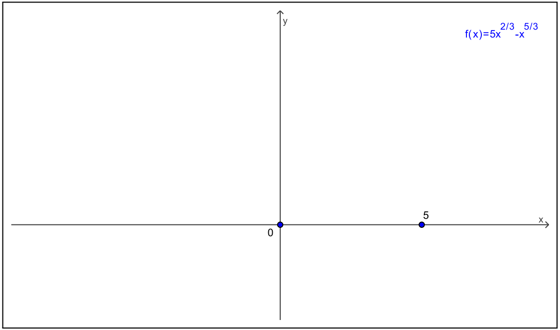
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to +\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to -\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.

(4) Assíntotas



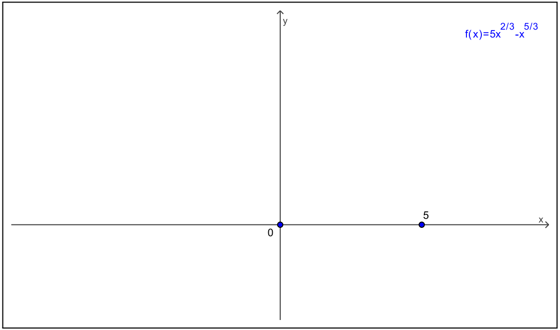
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

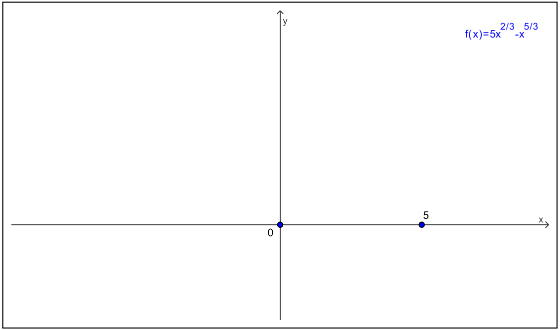
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.

(4) Assíntotas



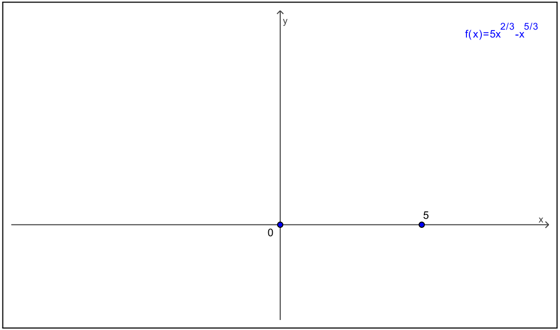
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



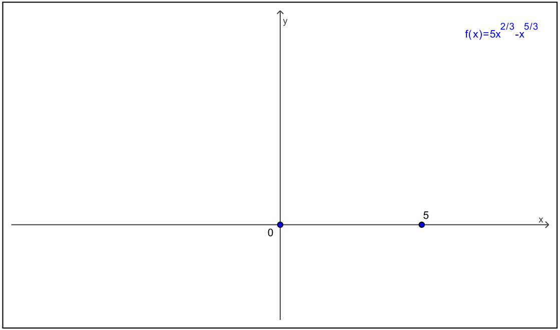
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



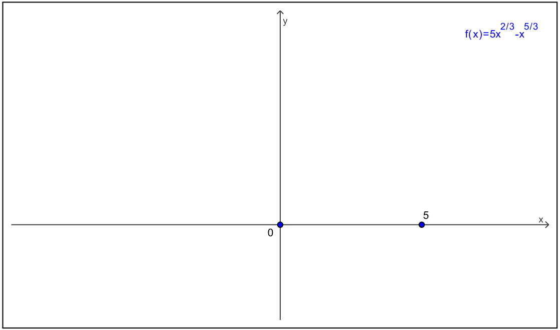
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



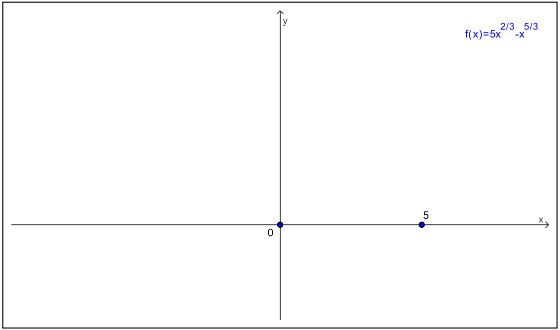
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to +\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to -\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

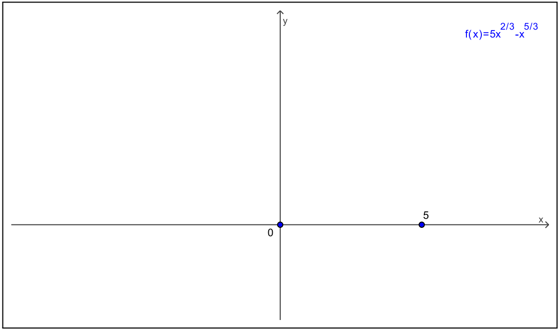
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.

(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

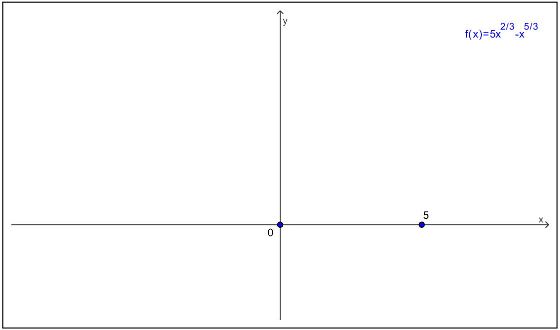
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.

(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

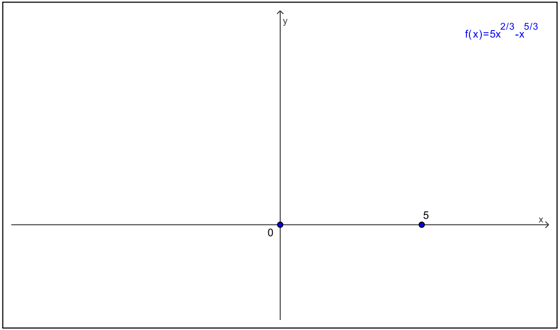
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to +\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to -\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.

(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

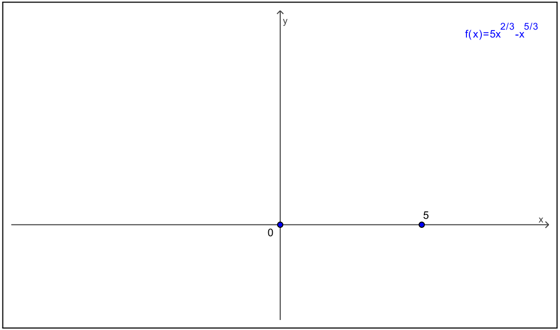
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.

(4) Assíntotas



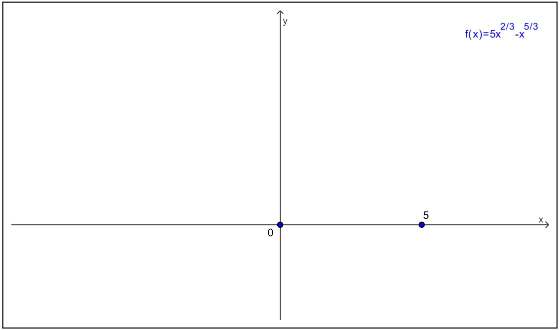
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to +\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to -\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



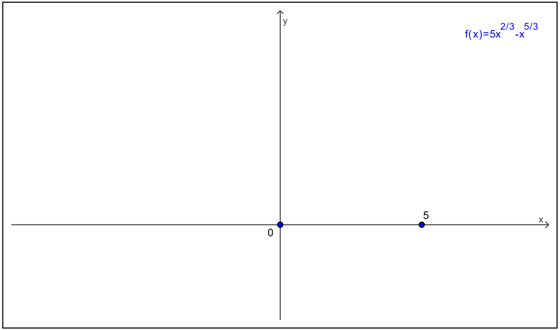
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



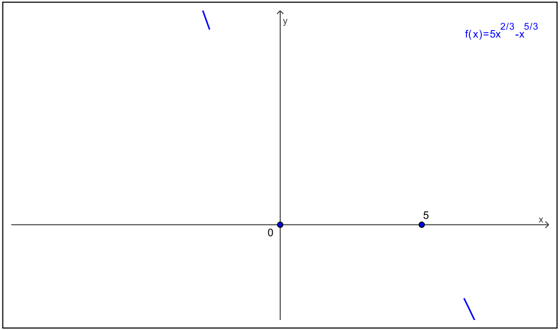
Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to +\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x \to -\infty} x^{2/3}\,(5 - x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

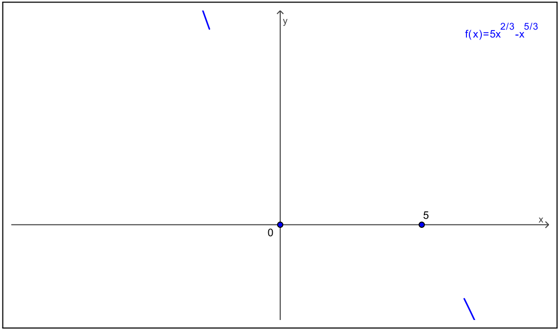
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^{2/3}\,(5-x) = -\infty$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(5\,x^{2/3} - x^{5/3}\right) = \lim_{x\to-\infty} x^{2/3}\,(5-x) = +\infty,$$

concluímos que o gráfico de f não possui assíntotas horizontais. O gráfico de f não possui assíntotas verticais, pois f é contínua em $\mathbb{R}$.

(5) Pontos onde a função não é derivável



Note que

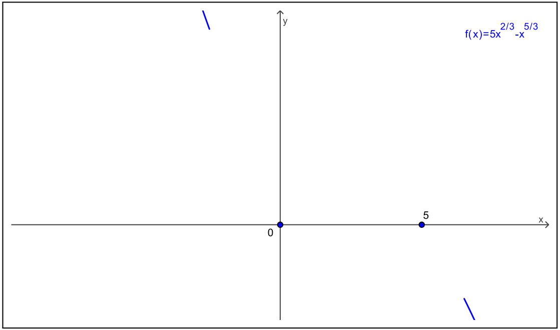
$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?

(5) Pontos onde a função não é derivável



Note que

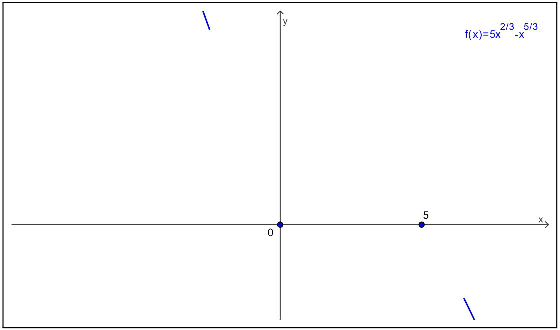
$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right)=\frac{2}{3}x^{2/3-1}=\frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right)=\frac{5}{3}x^{5/3-1}=\frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x)=\frac{10}{3}x^{-1/3}-\frac{5}{3}x^{2/3}=\frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x=0$?

(5) Pontos onde a função não é derivável



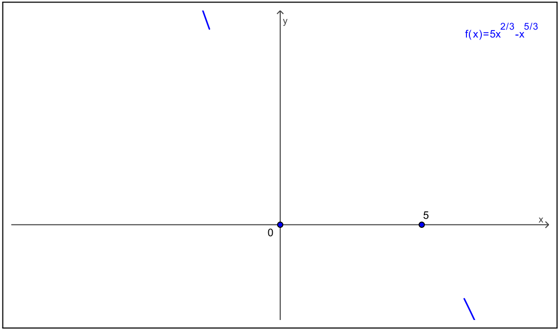
Note que

$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?



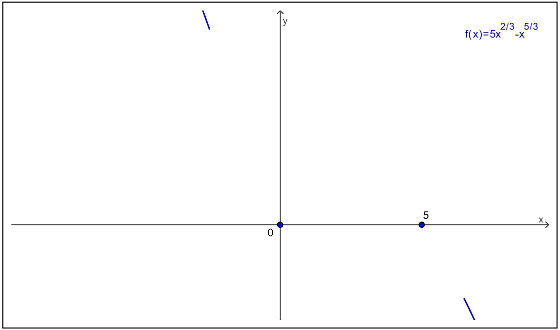
Note que

$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?



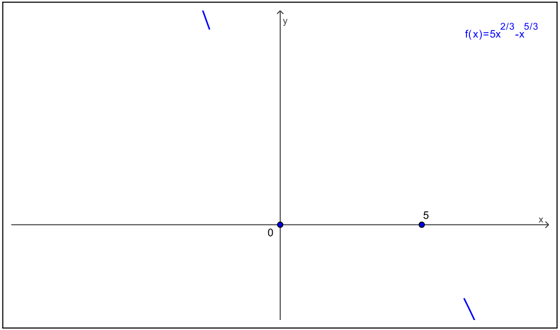
Note que

$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?



Note que

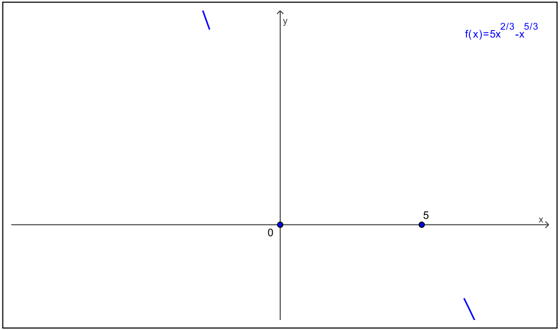
$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?

(5) Pontos onde a função não é derivável



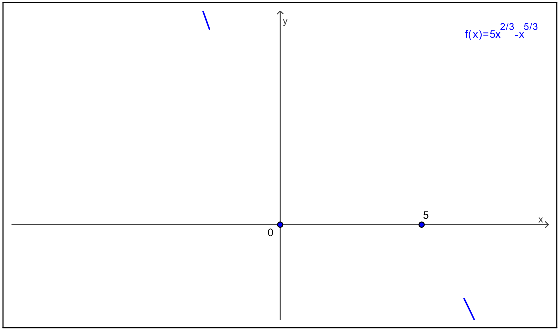
Note que

$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?



Note que

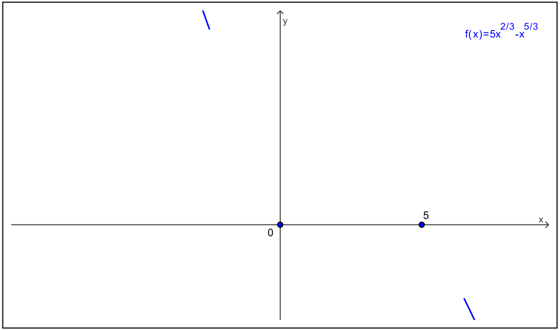
$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?

(5) Pontos onde a função não é derivável



Note que

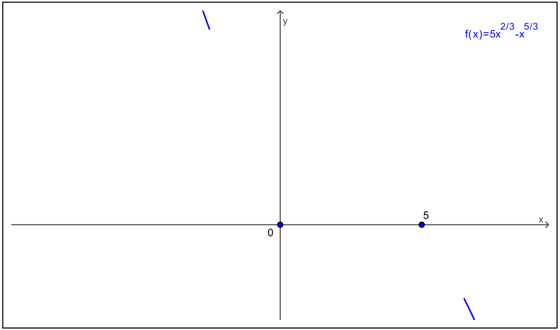
$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?

(5) Pontos onde a função não é derivável



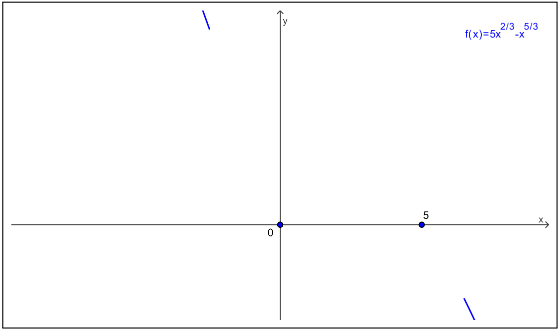
Note que

$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?



Note que

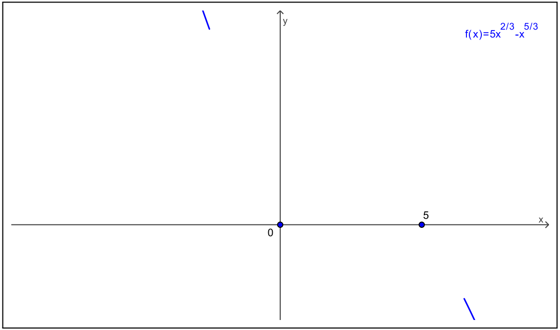
$$\frac{d}{dx}\left(x^{2/3}\right) = \frac{2}{3}x^{2/3-1} = \frac{2}{3}x^{-1/3} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx}\left(x^{5/3}\right) = \frac{5}{3}x^{5/3-1} = \frac{5}{3}x^{2/3}.$$

Logo, f é derivável para todo $x \neq 0$, com

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5}{3}x^{-1/3}(2-x).$$

E para $x = 0$?

(5) Pontos onde a função não é derivável

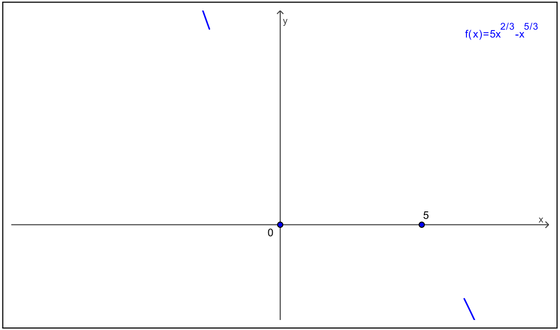


Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

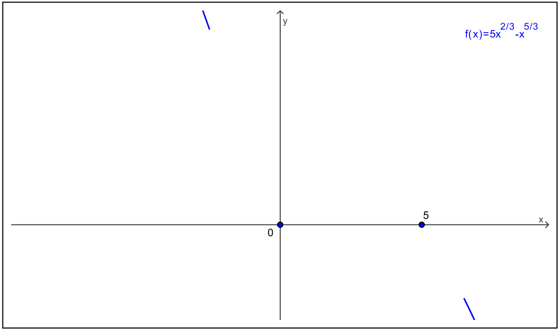


Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.



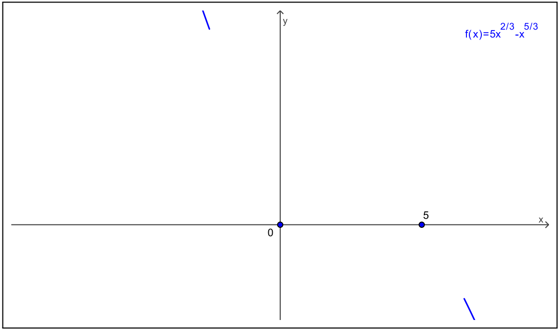
Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável

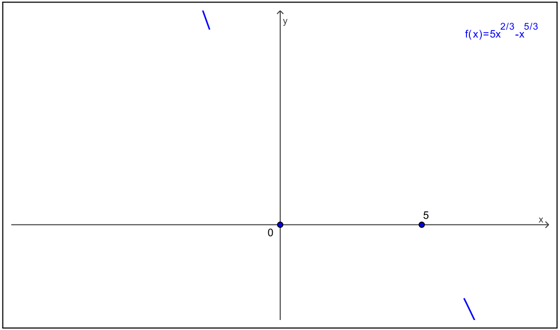


Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.



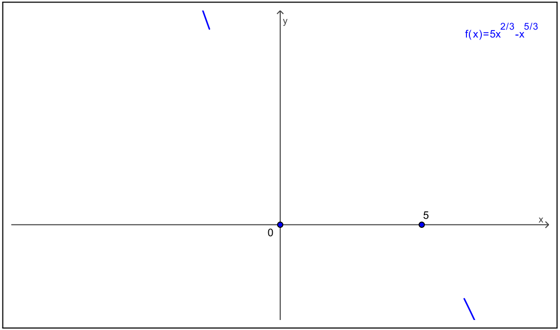
Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável



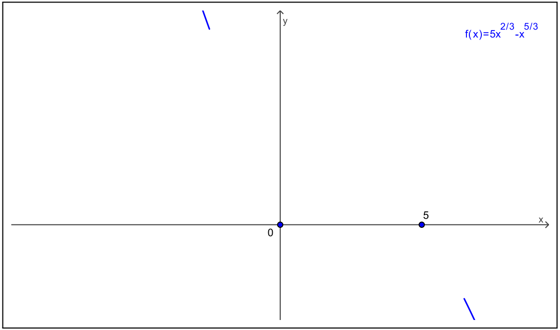
Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável



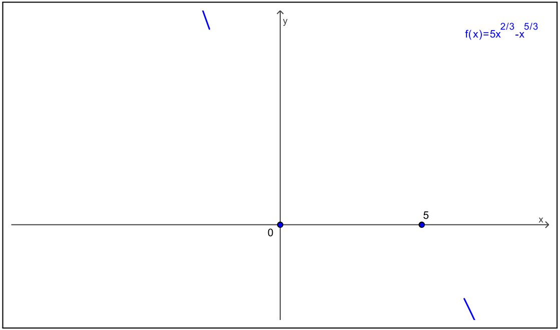
Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável



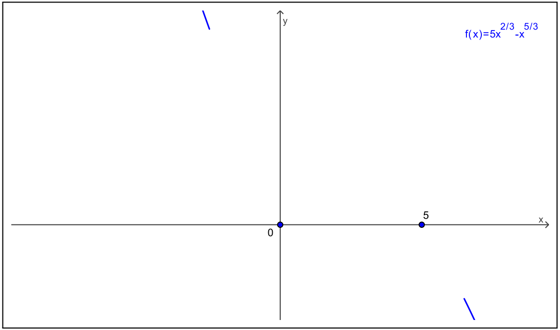
Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável



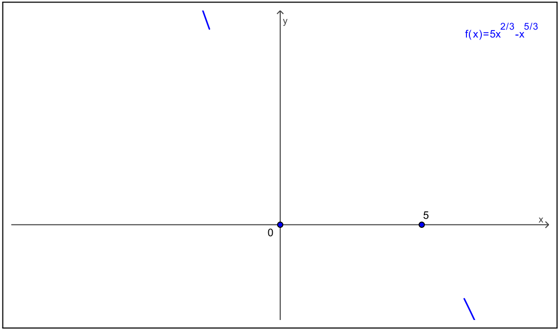
Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x\to 0^{+}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^{+}} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^{+}} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^{+}} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x\to 0^{-}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^{-}} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^{-}} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^{-}} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável

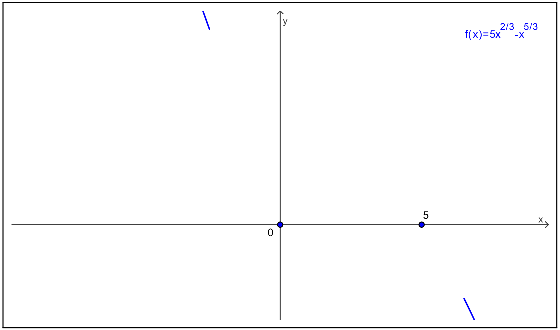


Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.



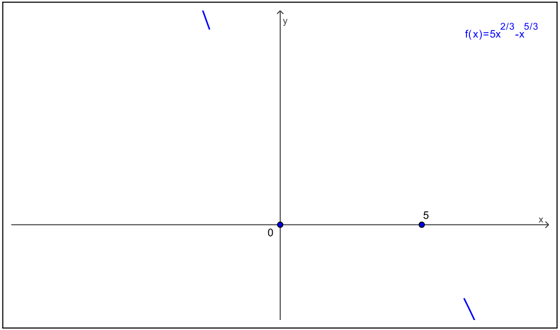
Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5-x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5-x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável

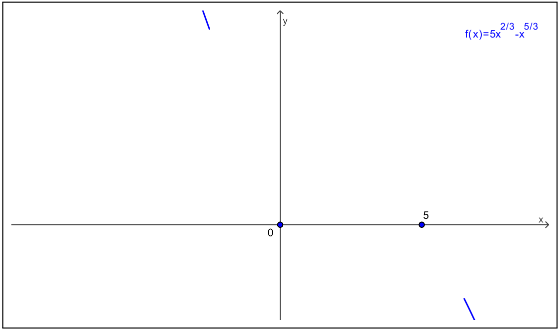


Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^{+}} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^{+}} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x \to 0^{-}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^{-}} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^{-}} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^{-}} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

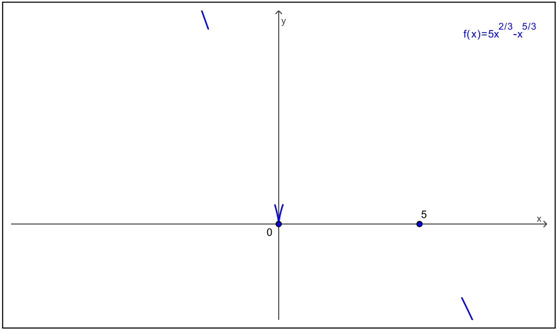


Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5-x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5-x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

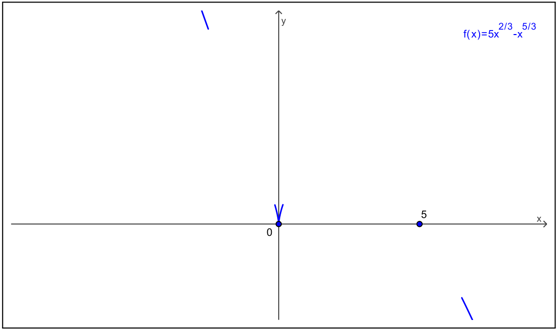


Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

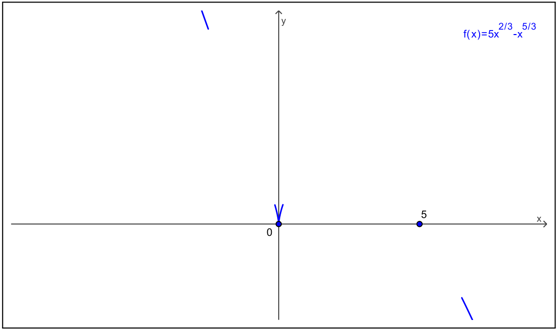


Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5-x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5-x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.



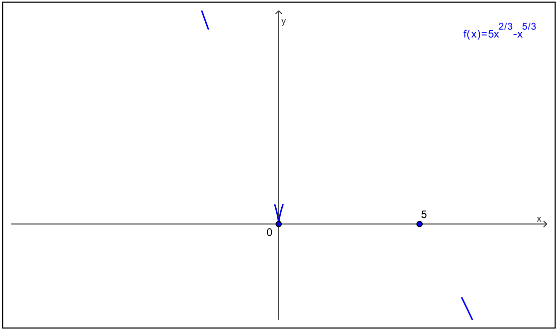
Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável



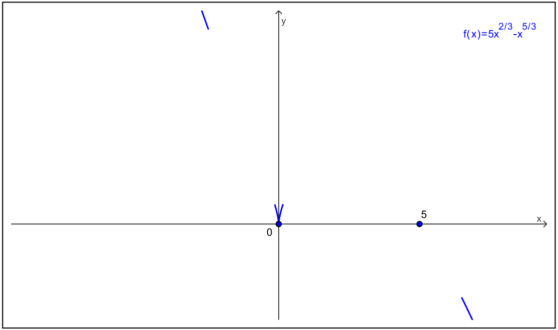
Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5-x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5-x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável

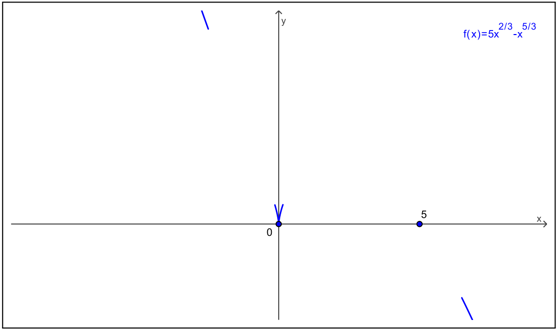


Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5-x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5-x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

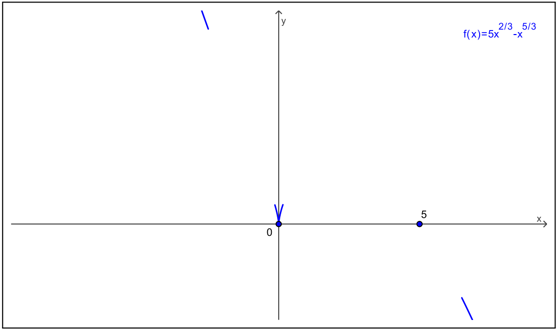


Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x \to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.



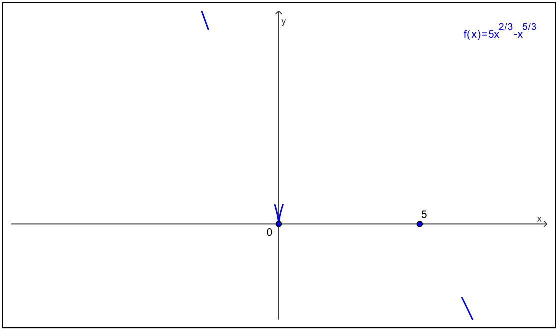
Para $x = 0$, note que

$$f'_{+}(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^+}(5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5-x) = +\infty,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3}-x^{5/3}}{x-0} = \lim_{x\to 0^-}(5\,x^{-1/3}-x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5-x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(5) Pontos onde a função não é derivável

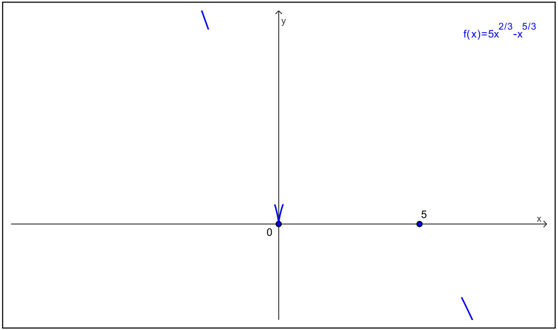


Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

Logo, f não é derivável em $x = 0$.



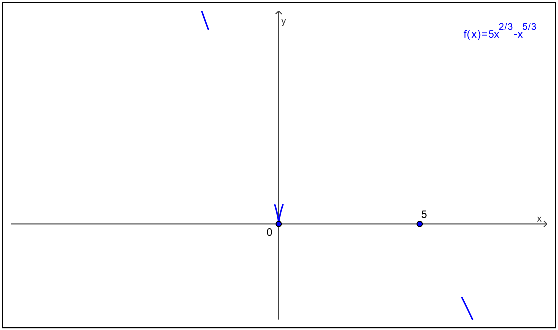
Para $x = 0$, note que

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^+} x^{-1/3}(5 - x) = +\infty,$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{5\,x^{2/3} - x^{5/3}}{x - 0} = \lim_{x\to 0^-} (5\,x^{-1/3} - x^{2/3}) = \lim_{x\to 0^-} x^{-1/3}(5 - x) = -\infty.$$

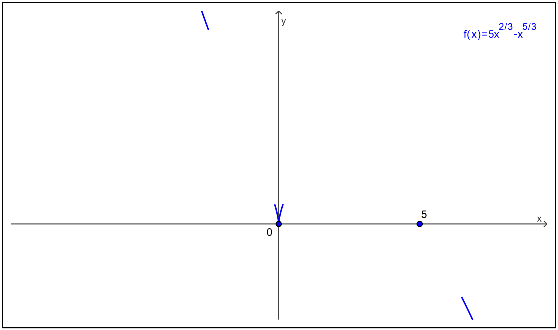
Logo, f não é derivável em $x = 0$.

(6) Crescimento e decrescimento



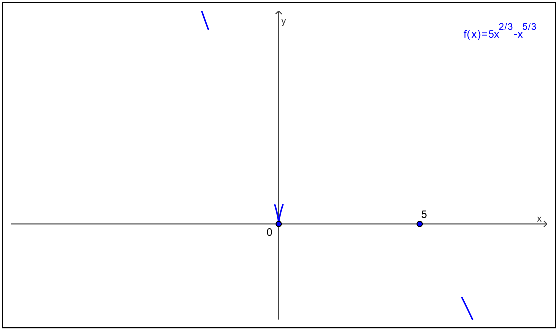
Temos que $f'(x) = (5/3)\, x^{-1/3}(2 - x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(0, 2)$ e f é decrescente em $(2, +\infty)$.

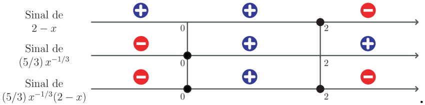


Temos que $f'(x) = (5/3)\,x^{-1/3}(2 - x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(0, 2)$ e f é decrescente em $(2, +\infty)$.



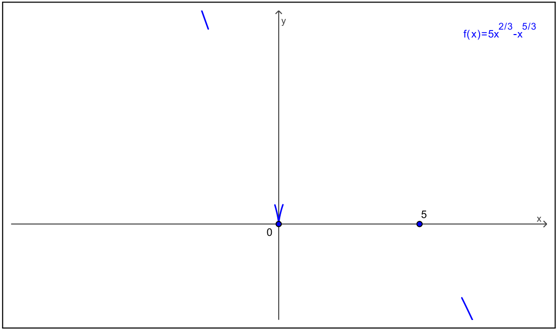
Temos que $f'(x) = (5/3)\, x^{-1/3}(2 - x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá



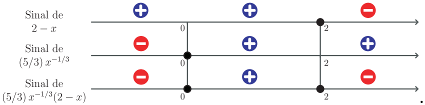
.

Assim, f é decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(0, 2)$ e f é decrescente em $(2, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

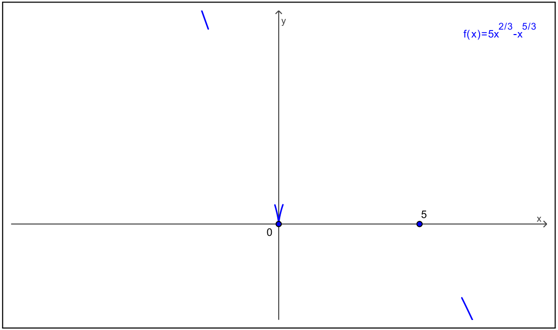


Temos que $f'(x) = (5/3)\,x^{-1/3}(2 - x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

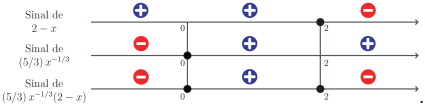


Assim, f é decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(0, 2)$ e f é decrescente em $(2, +\infty)$.

(6) Crescimento e decrescimento

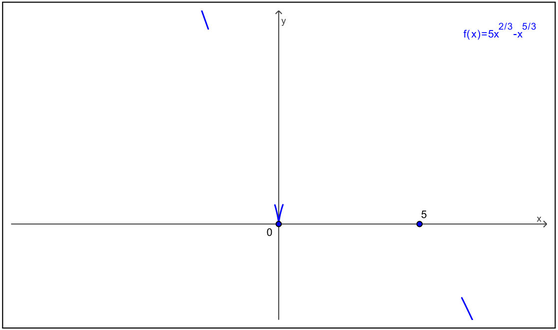


Temos que $f'(x) = (5/3)\, x^{-1/3}(2 - x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

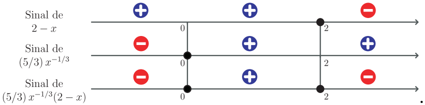


Assim, f é decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(0, 2)$ e f é decrescente em $(2, +\infty)$.

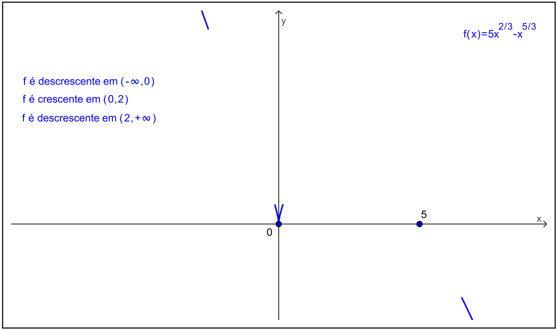
(6) Crescimento e decrescimento



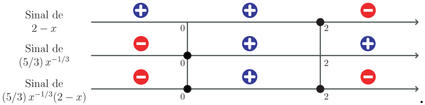
Temos que $f'(x) = (5/3)\,x^{-1/3}(2-x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá



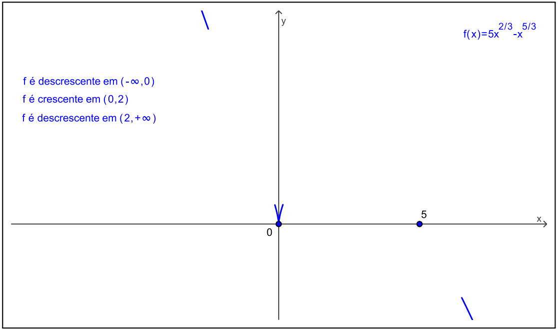
Assim, f é decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(0, 2)$ e f é decrescente em $(2, +\infty)$.

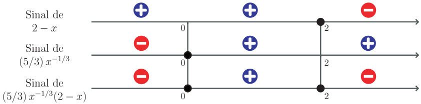


Temos que $f'(x) = (5/3)\,x^{-1/3}(2-x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá



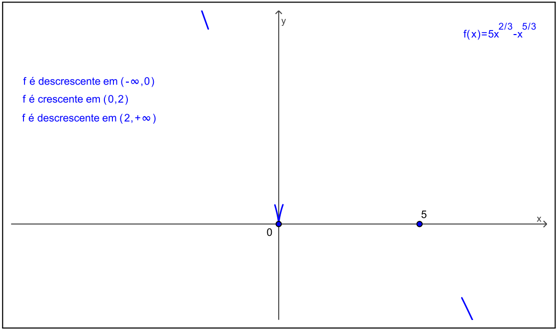
Assim, f é decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(0, 2)$ e f é decrescente em $(2, +\infty)$.

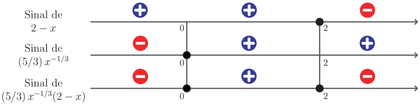




Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 2$ é ponto de máximo local de f em D. O ponto $p = 0$ (onde f não é derivável) é ponto de mínimo local de f em D.

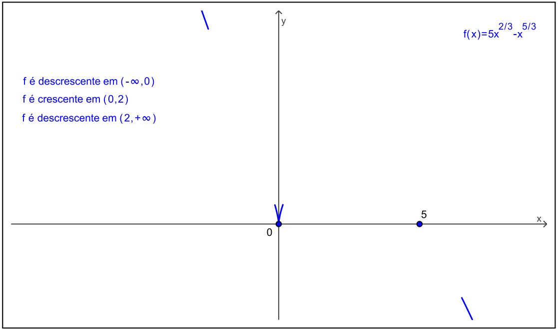
(7) Máximos e mínimos locais

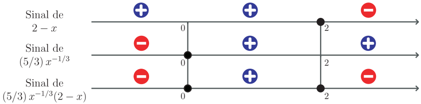




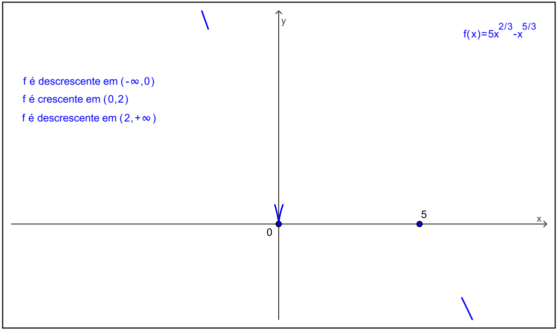
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 2$ é ponto de máximo local de f em D. O ponto $p = 0$ (onde f não é derivável) é ponto de mínimo local de f em D.

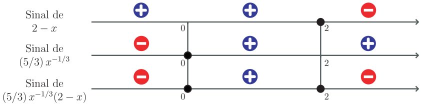
(7) Máximos e mínimos locais



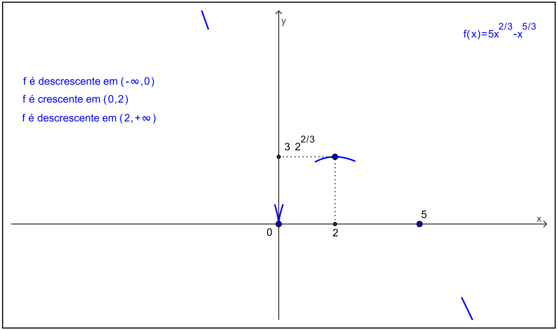


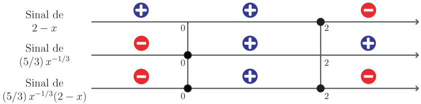
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 2$ é ponto de máximo local de f em D. O ponto $p = 0$ (onde f não é derivável) é ponto de mínimo local de f em D.





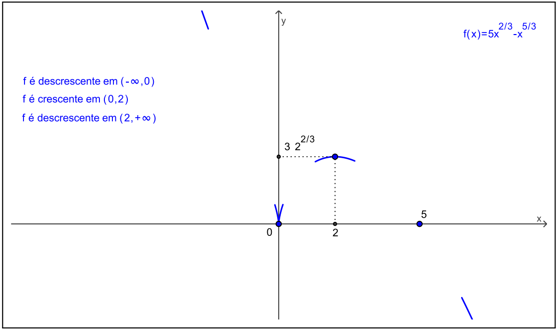
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 2$ é ponto de máximo local de f em D. O ponto $p = 0$ (onde f não é derivável) é ponto de mínimo local de f em D.





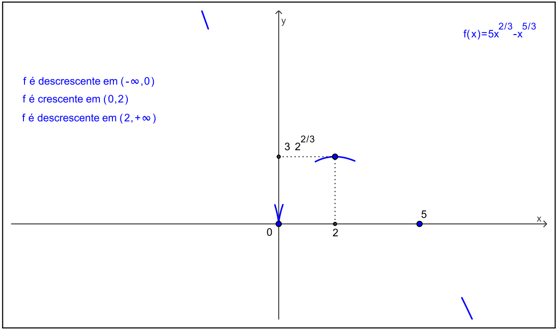
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $+$ para $-$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 2$ é ponto de máximo local de f em D. O ponto $p = 0$ (onde f não é derivável) é ponto de mínimo local de f em D.

(8) Concavidade e pontos de inflexão



Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1 + x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

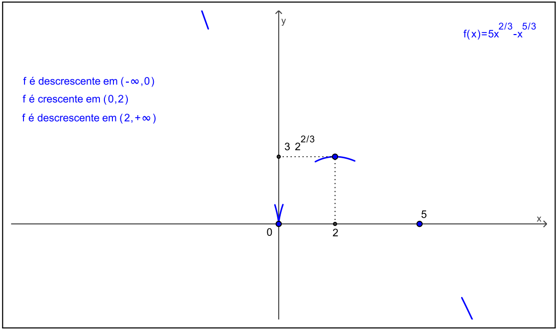
Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1+x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

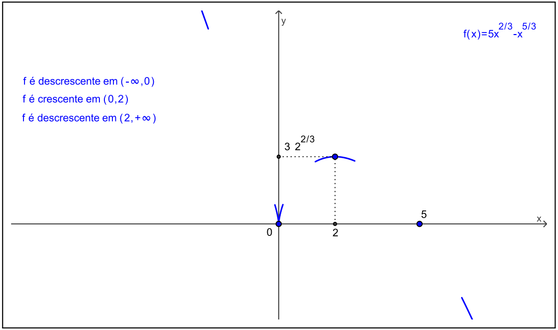
Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão



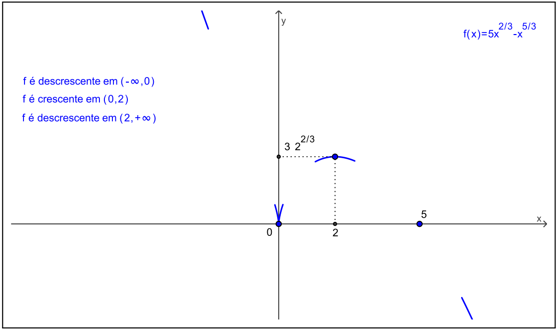
Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1+x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



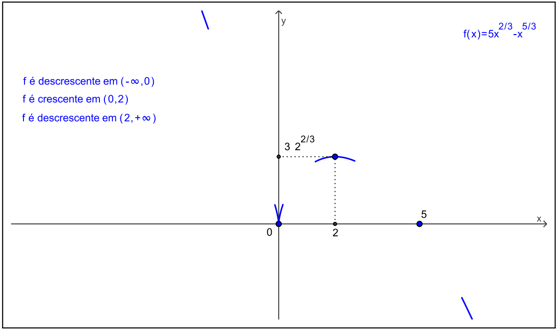
Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1 + x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1+x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

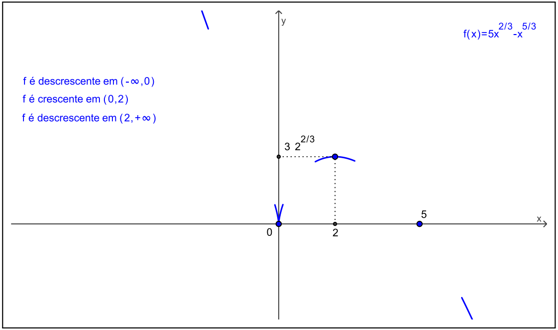
Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



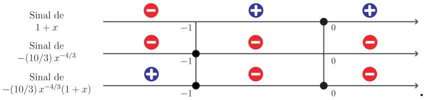
Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1+x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

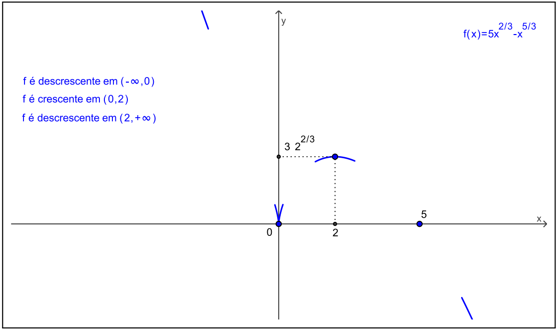
(8) Concavidade e pontos de inflexão



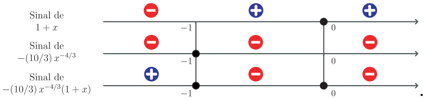
Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1+x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá



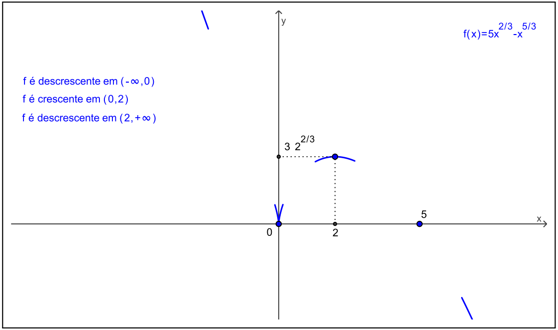
Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



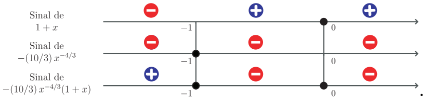
Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1 + x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá



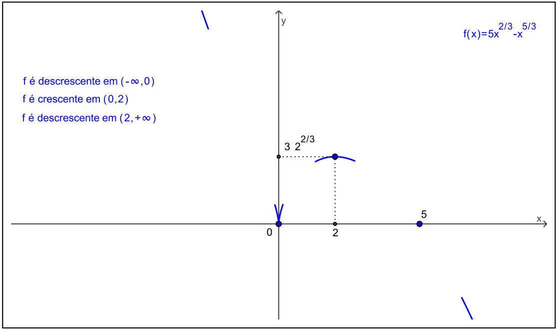
Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



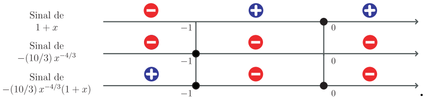
Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1 + x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

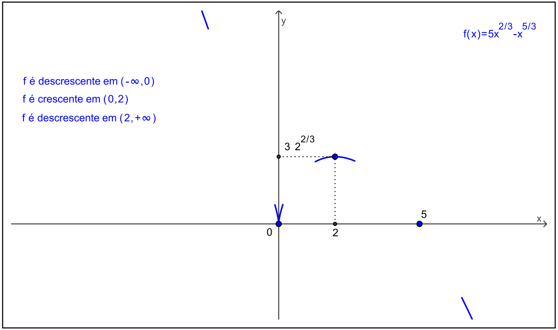


Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1 + x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

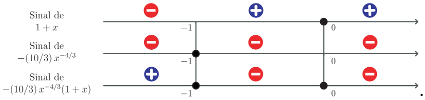


Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

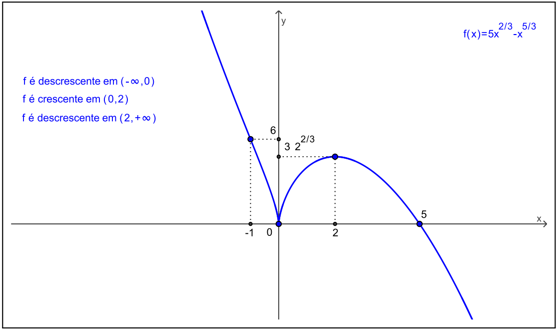


Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1 + x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá

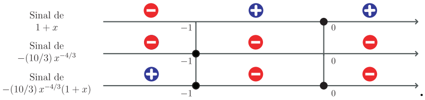


Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão



Como $f'(x) = (10/3)\,x^{-1/3} - (5/3)\,x^{2/3}$, segue-se que $f''(x) = -(10/9)\,x^{-4/3} - (10/9)\,x^{-1/3}$, ou ainda, $f''(x) = -(10/3)\,x^{-4/3}(1 + x)$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é côncava para cima no intervalo $(-\infty, -1)$, f é côncava para baixo em $(-1, 0)$ e em $(0, +\infty)$. Note que $p = 0$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

Pronto!