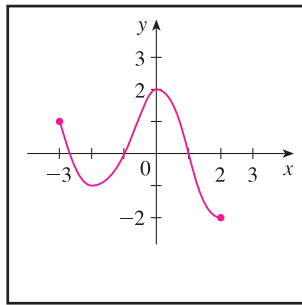
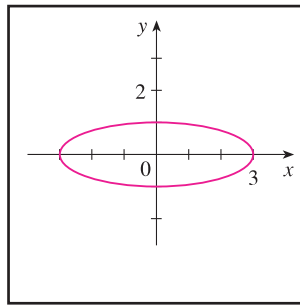


Funções reais: domínio, imagem e gráfico

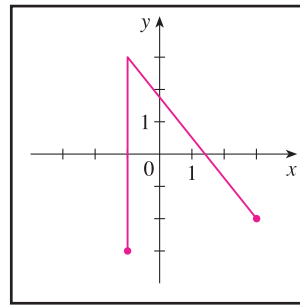
[01] Para cada uma das figuras abaixo, determine se a curva dada é o gráfico de uma função de x . Se for o caso, obtenha o domínio e a imagem da função.



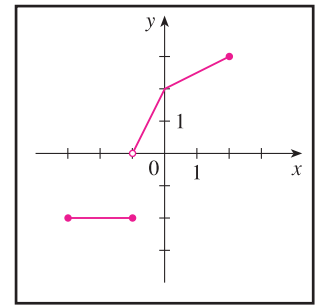
(a)



(b)



(c)



(d)

[02] Para cada uma das funções abaixo, calcule $f(2+h)$, $f(x+h)$ e $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

(a) $f(x) = x - x^2$,

(b) $f(x) = x/(x+1)$.

[03] Determine o domínio natural de cada uma das funções abaixo.

(a) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$,

(d) $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1-x^2}}$,

(b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$,

(e) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{|x|-1}}$,

(c) $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$,

(f) $f(t) = \sqrt{1-t^2} + \sqrt{t^2-1}$,

[04] Encontre o domínio, a imagem e esboce o gráfico de cada uma das funções abaixo.

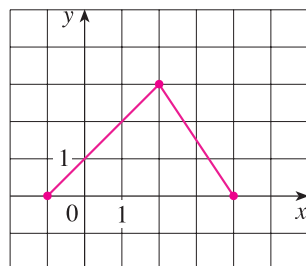
(a) $f(x) = x/2 - 1$,

(c) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 0, \\ x+1, & \text{se } x > 0, \end{cases}$

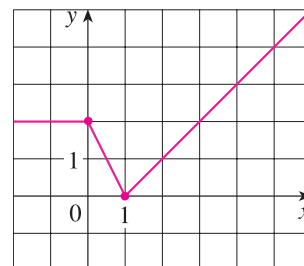
(b) $f(x) = \frac{3x+|x|}{x}$,

(d) $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{se } x \leq -1, \\ x^2, & \text{se } x > -1. \end{cases}$

[05] Para cada item abaixo, encontre uma expressão para função cujo gráfico é a curva dada.

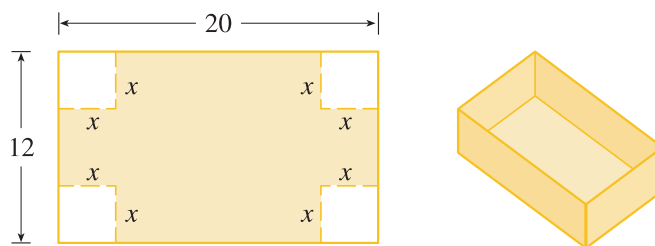


(a)



(b)

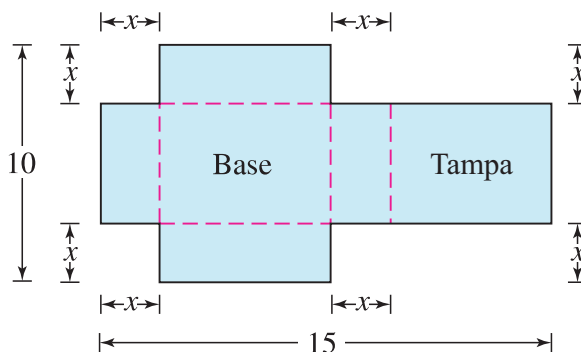
- [06] Uma caixa sem tampa deve ser construída de um pedaço retangular de papelão com dimensões 12 por 20 cm. Deve-se cortar quadrados de lados x de cada canto e depois dobrar, conforme mostra a figura. Expresse o volume V da caixa como uma função de x .



- [07] Em um certo país, o imposto de renda é cobrado da seguinte forma: (1) são isentos os que têm rendimento I até R\$ 10 000,00, (2) para qualquer renda I acima de R\$ 10 000,00 e abaixo de R\$ 20 000,00 é cobrado um imposto de 10% sobre a diferença $I - \text{R\$ } 10\,000,00$ e (3) acima de R\$ 20 000,00 o imposto é de R\$ 1 000,00 mais 15% sobre a diferença $I - \text{R\$ } 20\,000,00$.

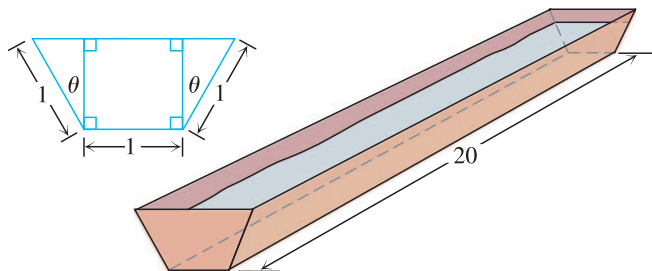
- (a) Qual é o imposto cobrado sobre um rendimento de R\$ 14 000,00? E sobre R\$ 26 000,00?
 (b) Esboce o gráfico do imposto total cobrado T como função da renda I .

- [08] Um fabricante quer construir caixas com tampa a partir de uma folha de papelão medindo 10 cm por 15 cm. Para construir a caixa, dois quadrados e dois retângulos são removidos dos cantos da folha de papelão, como indica a figura a seguir.



Encontre uma expressão para o volume $V(x)$ da caixa em função de x .

- [09] A gamela na figura abaixo deve se construídas com as dimensões indicadas (em decímetros), apenas o ângulo θ pode variar. Encontre uma expressão para o volume $V(\theta)$ da gamela em função do ângulo θ .



Respostas dos Exercícios

- [01] (a) Sim, a curva é gráfico de uma função que depende de x . O domínio da função é o conjunto $[-3, 2]$ e sua imagem é o conjunto $[-2, 2]$.
- (b) Não, a curva não é gráfico de uma função que depende de x , pois a reta vertical $x = 0$ intercepta a curva em dois pontos.
- (c) Não, a curva não é gráfico de uma função que depende de x , pois a reta $x = -1$ intercepta a curva em mais de um ponto (na verdade, em infinitos pontos).
- (d) Sim, a curva é gráfico de uma função que depende de x . O domínio da função é o conjunto $[-3, 2]$ e sua imagem é o conjunto $\{-2\} \cup (0, 3]$.

- [02] (a) Temos que $f(2+h) = -(h^2 + 3h + 2)$, $f(x+h) = x+h-x^2-2xh-h^2$ e

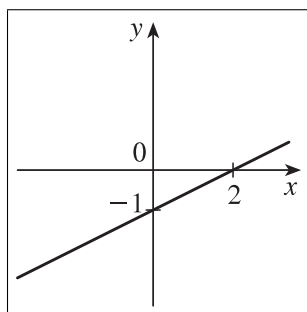
$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 1 - 2x - h.$$

- (b) Temos que

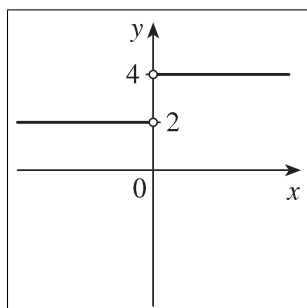
$$f(2+h) = \frac{2+h}{3+h}, \quad f(x+h) = \frac{x+h}{x+h+1} \quad \text{e} \quad \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{(x+h+1)(x+1)}.$$

- [03] (a) Domínio de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1 \text{ e } x \neq 1\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$,
- (b) Domínio de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\} = (-\infty, 0)$,
- (c) Domínio de $g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1\} = \mathbb{R} - \{-1\}$,
- (d) Domínio de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\} = [-1, 1]$,
- (e) Domínio de $g = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 1\} = (-\infty - 1) \cup (1, +\infty)$,
- (f) Domínio de $f = \{t \in \mathbb{R} \mid t = -1 \text{ ou } t = 1\} = \{-1, 1\}$.

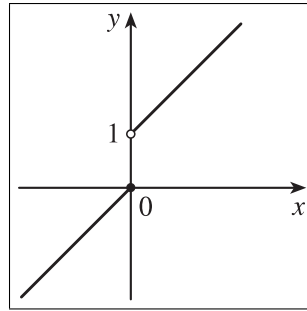
- [04] (a) Domínio de $f = \mathbb{R}$, imagem de $f = \mathbb{R}$.



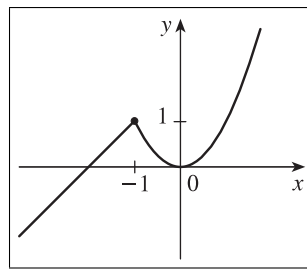
- (b) Domínio de $f = \mathbb{R} - \{0\}$, imagem de $f = \{2, 4\}$.



(c) Domínio de $f = \mathbb{R}$, imagem de $f = (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$.



(d) Domínio de $f = \mathbb{R}$, imagem de $f = \mathbb{R}$.



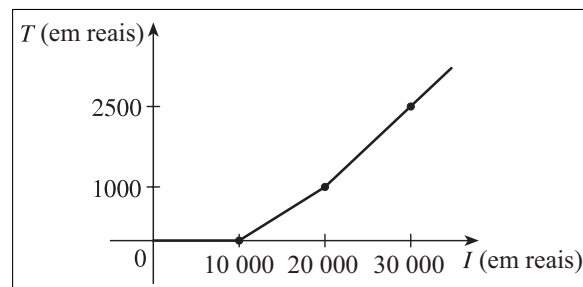
[05] (a) $f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } -1 \leq x \leq 2, \\ 6 - 3x/2, & \text{se } 2 < x \leq 4, \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x < 0, \\ 2 - 2x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1, \\ x - 1, & \text{se } x > 1. \end{cases}$

[06] $V(x) = 4x^3 - 64x^2 + 240x$ para $0 \leq x \leq 6$.

[07] (a) R\$ 400,00 e R\$ 1 900,00, respectivamente.

(b) O gráfico do imposto total cobrado T como função da renda I é dado abaixo.



[08] $V(x) = x(10 - 2x)(15/2 - x)$, para $x \in (0, 5)$.

[09] $V(\theta) = 20(\cos(\theta) + \cos(\theta)\sin(\theta))$, para $\theta \in [0, \pi/2)$.