LISTA DE EXERCÍCIOS
Cálculo I –A–
Humberto José Bortolossi
http://www.professores.uff.br/hjbortol/

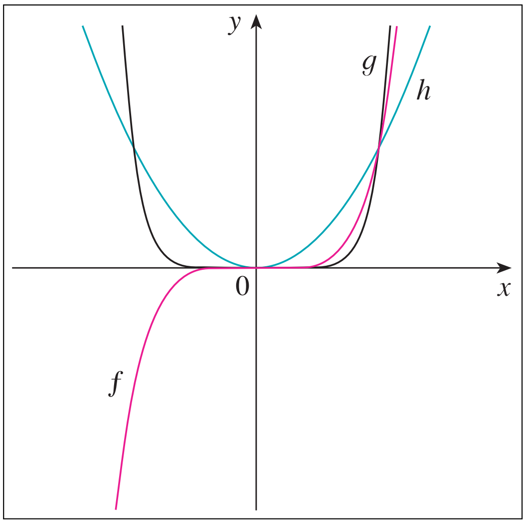
GMA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

02

Funções Elementares e Obtendo Gráficos de Gráficos

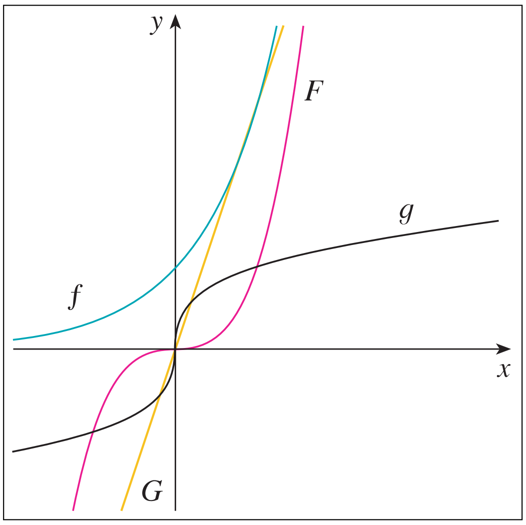
[01] Associe cada equação a seu gráfico. Explique sua escolha. Não use o computador ou uma calculadora gráfica.

(a) $y = x^2$, (b) $y = x^5$, (c) $y = x^8$.



[02] Associe cada equação a seu gráfico. Explique sua escolha. Não use o computador ou uma calculadora gráfica.

(a) $y = 3\,x$, (b) $y = 3^x$, (c) $y = x^3$, (d) $y = \sqrt[3]{x}$.



[03] (a) Encontre uma equação para uma família de funções afins com inclinação 2 e esboce os gráficos de vários membros da família.

(b) Encontre uma equação para a família de funções afins tais que $f(2) = 1$ e esboce os gráficos de vários membros da família.

(c) Quais funções pertencem a ambas as famílias

[04] Suponha dado o gráfico de uma função f. Escreva equações para os gráficos obtidos a partir do gráfico de f da forma descrita nos itens abaixo.

(a) Desloque 3 unidades para cima.

(b) Desloque 3 unidades para baixo.

(c) Desloque 3 unidades para direita.

(d) Desloque 3 unidades para esquerda.

(e) Faça uma reflexão em torno do eixo x.

(f) Faça uma reflexão em torno do eixo y.

(g) Estique verticalmente por um fator de 3.

(h) Encolha verticalmente por um fator de 3.

[05] O gráfico de $y = f(x)$ é dado na figura a seguir. Associe cada equação com seu gráfico e dê razões para suas escolhas.

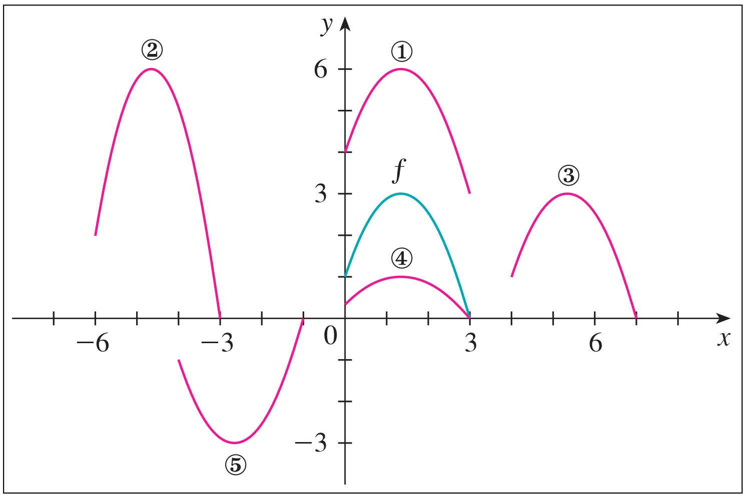
(a) $y = f(x - 4)$,

(b) $y = f(x) + 3$,

(c) $y = f(x)/3$,

(d) $y = -f(x + 4)$,

(e) $y = 2\,f(x + 6)$.



[06] Para cada uma das funções descritas a seguir, faça o gráfico correspondente sem plotar pontos (tabela), mas começando com o gráfico de uma das funções elementares vistas em sala de aula e, então, aplicando as transformações necessárias.

$y = -1/x$,

$y = \operatorname{tg}(2\,x)$,

$y = \cos(x/2)$,

$y = 1/(x - 3)$,

$y = \operatorname{sen}(x - \pi/6)/3$,

$y = 1 + 2\,x - x^2$,

$y = 2 - \sqrt{x + 1}$,

$y = |\operatorname{sen}(x)|$.

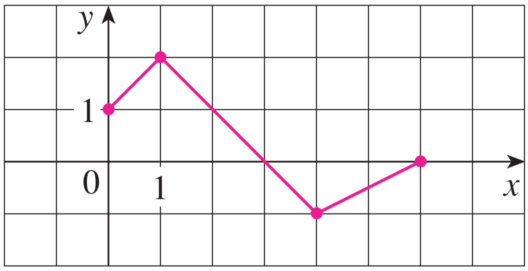
[07] O gráfico de uma função f é dado a seguir. Use-o para fazer o gráfico das funções dos itens abaixo.

(a) $y = f(2\,x)$,

(b) $y = f(x/2)$,

(c) $y = f(-x)$,

(d) $y = -f(-x)$.

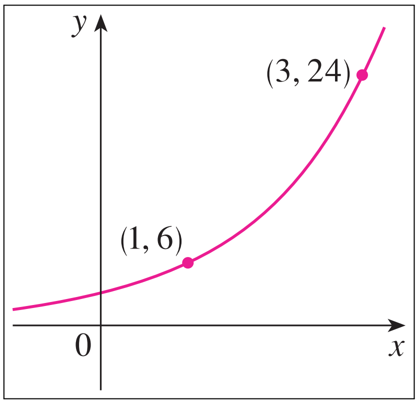


[08] Faça um esboço do gráfico de $y = \operatorname{sen}|x|$ e um esboço do gráfico de $y = \sqrt{|x|}$.

[09] Para cada uma das funções descritas a seguir, faça o gráfico correspondente sem plotar pontos (tabela), mas começando com o gráfico de uma das funções elementares vistas em sala de aula e, então, aplicando as transformações necessárias.

$y = 4^x - 3,$ $\quad y = -2^{-x},$ $\quad y = 3 - e^x.$

[10] Encontre uma função exponencial da forma $f(x) = C \cdot a^x$ (C e a são constantes), de modo que o gráfico de f seja como o apresentado a seguir.



[11] Se $f(x) = 5^x$, mostre que

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 5^x \left(\frac{5^h - 1}{h} \right).$$

[12] Faça um esboço dos gráficos das funções

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x, \quad y = 10^x, \quad y = 4^x, \quad y = 2^x \quad \text{e} \quad y = (1.5)^x$$

em um mesmo sistema de eixos coordenados.

[13] Considere a função $y = g(x) = \sqrt{-x^2 - 2\,x}$. Determine o domínio natural da função g e faça um esboço do gráfico da função g.

[14] Se $f(x) = \cos(x)$, mostre que

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \cos(x) \cdot \frac{\cos(h) - 1}{h} - \operatorname{sen}(x) \cdot \frac{\operatorname{sen}(h)}{h}.$$

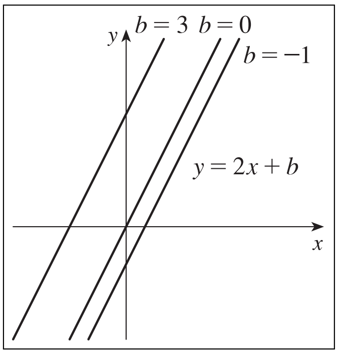
[15] Mostre que $x^x = e^{x \ln(x)}$.

Respostas dos Exercícios

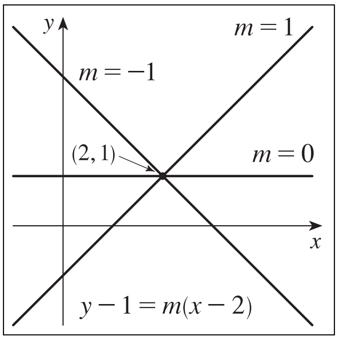
[01] (a) h, (b) f, (c) g.

[02] (a) G, (b) f, (c) F, (d) g.

[03] (a) $y = 2\,x + b$, onde b é a ordenada do ponto de interseção com o eixo y. Os gráficos estão esboçados na figura abaixo.



(b) $y = m\,x + 1 - 2\,m$, onde m é a inclinação. Os gráficos estão esboçados na figura abaixo.



(c) $y = 2\,x - 3$.

[04] (a) $y = f(x) + 3$, (b) $y = f(x) - 3$, (c) $y = f(x - 3)$, (d) $y = f(x + 3)$, (e) $y = -f(x)$, (f) $y = f(-x)$,](g) $y = 3\,f(x)$, (h) $y = f(x)/3$.

[05] (a) 3 , (b) 1 , (c) 4 , (d) 5 , (e) 2 .

[06] Os gráficos são apresentados na Figura 1.

[07] Os gráficos são apresentados na Figura 2.

[08] Os gráficos são apresentados na Figura 3.

[09] Os gráficos são apresentados na Figura 4.

[10] $y = f(x) = 3 \cdot 2^x$.

[11] Temos que:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{5^{x+h} - 5^x}{h} = \frac{5^x\,5^h - 5^x}{h} = 5^x\left(\frac{5^h - 1}{h}\right).$$

[12] Os gráficos são apresentados na Figura 5.

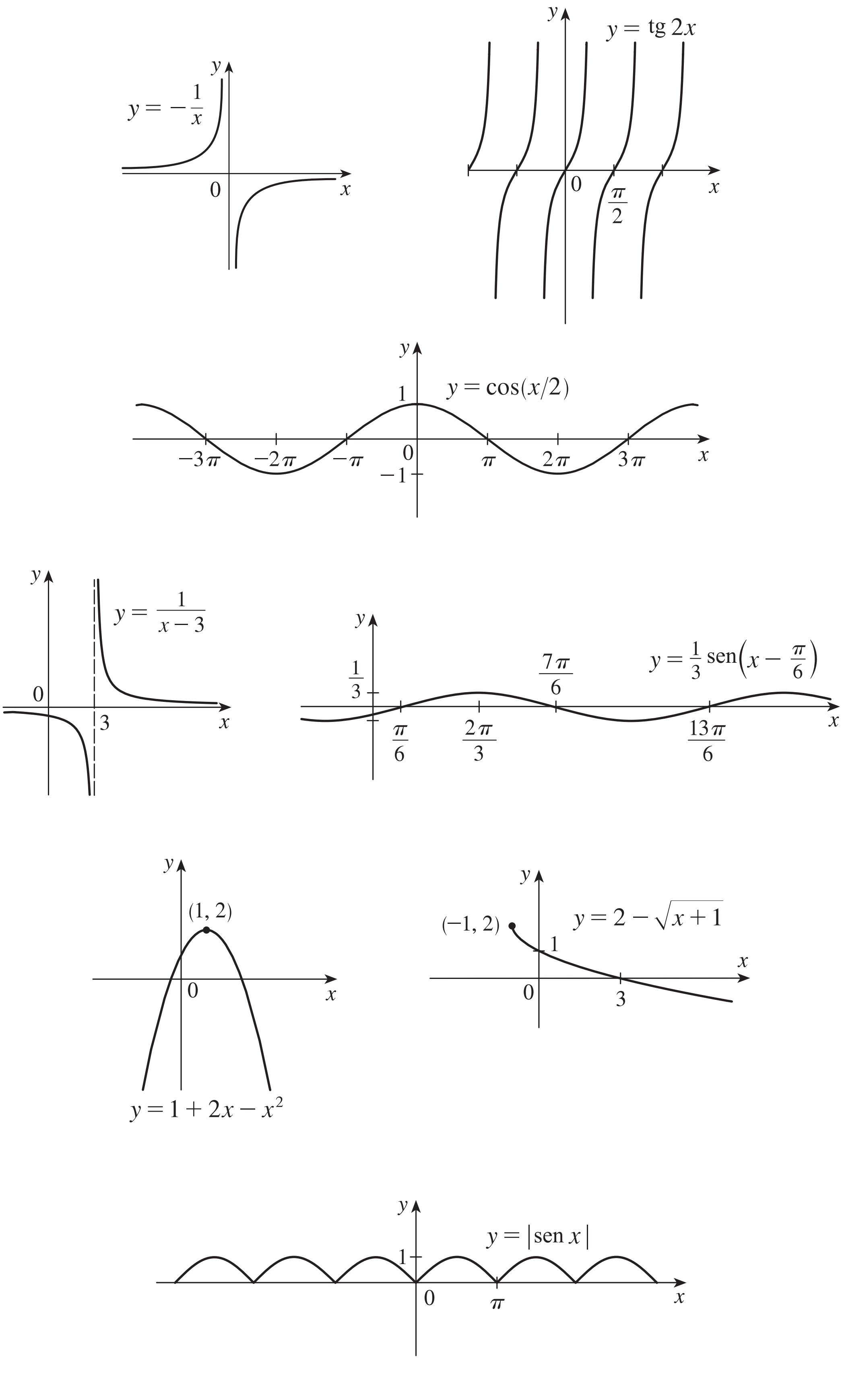


Figura 1: Resposta do Exercício [06].

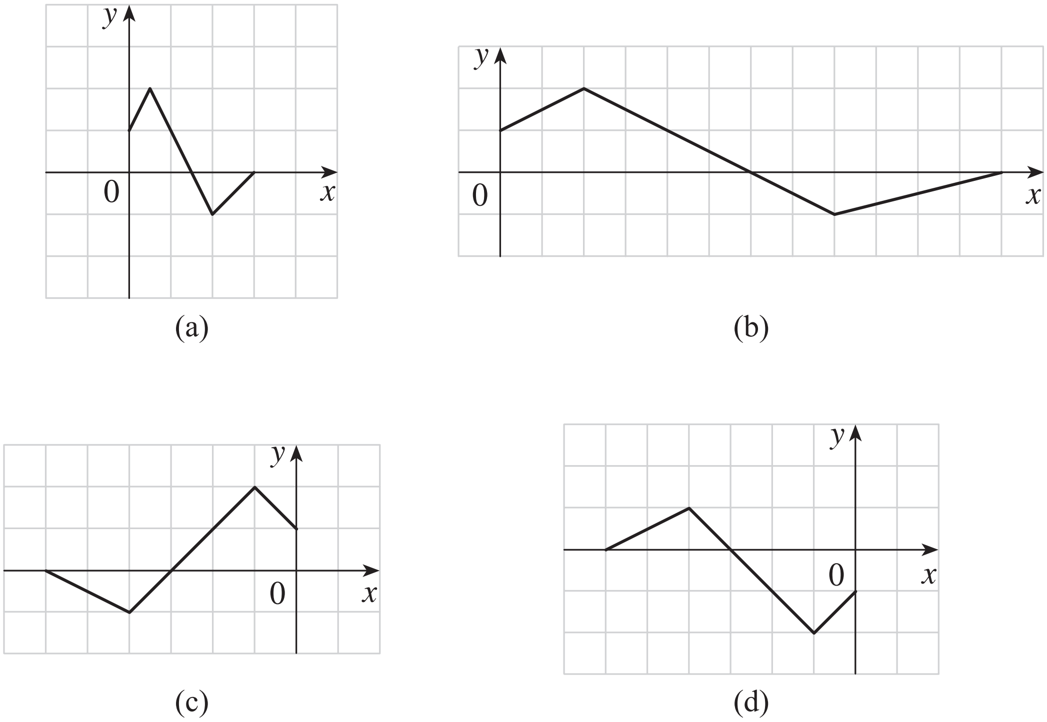


Figura 2: Resposta do Exercício [07].

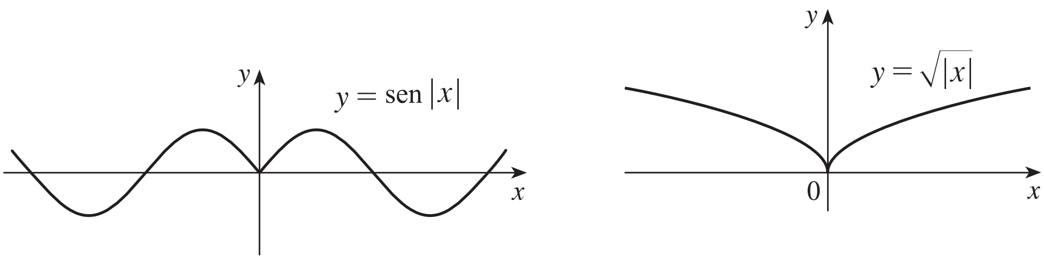


Figura 3: Resposta do Exercício [08].

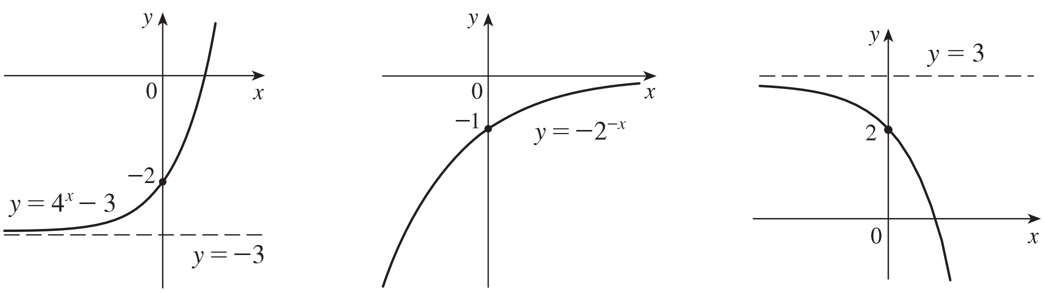


Figura 4: Resposta do Exercício [09].

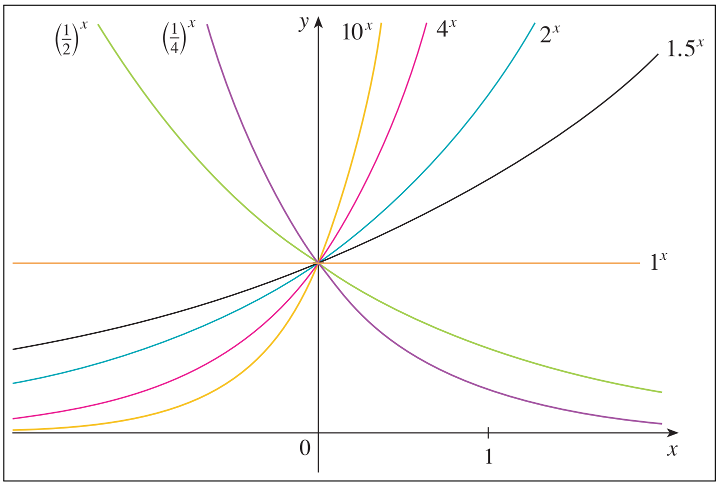
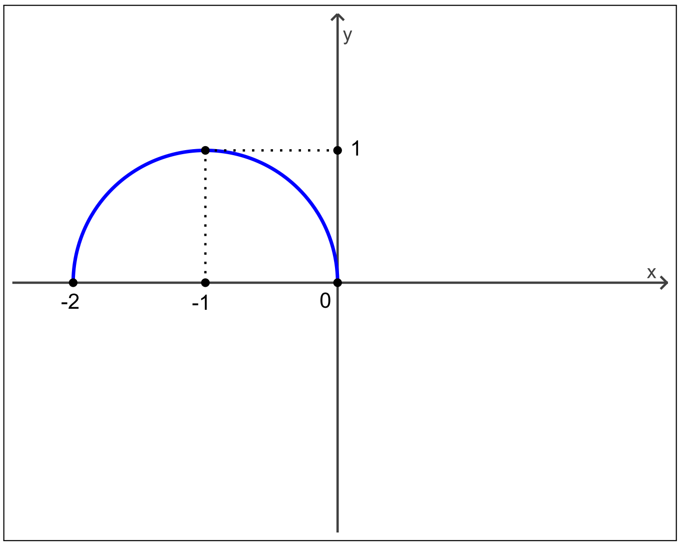


Figura 5: Resposta do Exercício [12].

[13] O domínio natural da função g é o conjunto $D_g = [-2, 0]$. Note que

$$g(x) = \sqrt{-x^2 - 2\,x} = \sqrt{-(x^2 + 2\,x + 1 - 1)} = \sqrt{-[(x+1)^2 - 1]} = \sqrt{1 - (x+1)^2} = f(x+1),$$

onde $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$. Como o gráfico de f é o semi-círculo superior de centro em $(0, 0)$ e raio 1, concluímos que o gráfico de g é o semi-círculo superior de centro em $(-1, 0)$ e raio 1.



[14] Temos que:

$$\begin{aligned}\frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{\cos(x+h) - \cos(x)}{h} = \frac{\cos(x)\cdot\cos(h) - \operatorname{sen}(x)\cdot\operatorname{sen}(h) - \cos(x)}{h} \\ &= \cos(x)\cdot\frac{\cos(h) - 1}{h} - \operatorname{sen}(x)\cdot\frac{\operatorname{sen}(h)}{h}.\end{aligned}$$

[15] Temos que $x^x = e^{\ln(x^x)} = e^{x\,\ln(x)}$.

Texto composto em LaTeX2e, HJB, 11/03/2009.