

Integrais indefinidas e problemas de valor inicial

[01] Calcule as integrais indefinidas dadas abaixo.

(a) $\int \left((\sqrt[3]{t})^2 - 2 \right) dt,$

(b) $\int \frac{x - \sqrt{x}}{3} dx,$

(c) $\int \left(\frac{3}{x^2} - 1 \right) dx,$

(d) $\int \sqrt{\frac{2}{x}} dx,$

(e) $\int (2 - s)\sqrt{s} ds,$

(f) $\int \frac{x^9 - x^3}{x^4} dx,$

(g) $\int \frac{\text{sen}(2\theta)}{\text{cos}(\theta)} d\theta,$

(h) $\int \frac{\text{cos}(x)}{1 - \text{cos}^2(x)} dx,$

(i) $\int \text{tg}^2(u) du,$

(j) $\int \left(1 + x^2 + \frac{1}{1 + x^2} \right) dx,$

(k) $\int \frac{e^{2x} - 3e^x}{e^x} dx,$

(l) $\int \frac{x^2}{1 + x^2} dx,$

(m) $\int \frac{\sqrt{1 - x^2}}{1 - x^2} dx,$

(n) $\int \frac{1}{1 + \text{senh}^2(y)} dy,$

(o) $\int (e^t - e^{-t}) dt,$

(p) $\int x (1 - \text{tgh}^2(x)) \cosh^2(x) dx.$

[02] Resolva os problemas de valor inicial dados abaixo.

(a) $\begin{cases} y' = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}, \\ y(1) = 3/2. \end{cases}$

(b) $\begin{cases} y' = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}, \\ y(1) = 2. \end{cases}$

(c) $\begin{cases} f'(x) = 2 \cos(x) - 3 \text{cossec}^2(x) \\ f(\pi/2) = 8. \end{cases}$

[03] Uma função tem derivada de segunda ordem $f''(x) = 6x - 6$. Encontre a expressão para f , sabendo que o seu gráfico contém o ponto $(2, 1)$ e que em tal ponto a reta tangente ao gráfico de f tem equação $3x - y - 5 = 0$.

Respostas dos Exercícios

- [01] (a) $3t^{5/3}/5 - 2t + C$.
(b) $x^2/6 - 2\sqrt{x^3}/9 + C$.
(c) $-3/x - x + C$.
(d) $2x\sqrt{2/x} + C$.
(e) $4s^{3/2}/4 - 2s^{5/2}/5 + C$.
(f) $x^6/6 - \ln(|x|) + C$.
(g) $-2\cos(\theta) + C$.
(h) $-\operatorname{cosec}(x) + C$.
(i) $-u + \operatorname{tg}(u) + C$.
(j) $x + x^3/3 + \operatorname{arctg}(x) + C$.
(k) $e^x - 3x + C$.
(l) $x - \operatorname{arctg}(x) + C$.
(m) $\operatorname{arcsen}(x) + c$.
(n) $\operatorname{tgh}(y) + C$.
(o) $2\cosh(t) + C = e^t + e^{-t} + C$.
(p) $x^2/2 + C$.
- [02] (a) $y = 2 - 1/x + 1/(2x^2)$. (b) $y = 3/2 + 1/(2x^2) + \ln(|x|)$. (c) $y = 6 + 2\operatorname{sen}(x) + 3\operatorname{cotg}(x)$.
- [03] $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.