Programação Linear

[01] Mostre que o conjunto admissível $\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \text{ e } \mathbf{x} {\geq} \mathbf{0}\}$ de um programa linear na forma padrão é um subconjunto convexo de $\mathbb{R}^n$.

[02] A Fase I do método simplex consiste em encontrar uma solução básica e admissível inicial para o programa linear

$$\boxed{\begin{array}{ll} \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n+m}}{\text{minimizar}} & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{sujeito a} & \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{x} {\geq} \mathbf{0}. \end{array}}$$

Após uma troca conveniente de sinais para tornar $\mathbf{b} {\geq} \mathbf{0}$, considere o seguinte problema auxiliar:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n+m}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^m}{\text{minimizar}} & \mathbb{1}^T \mathbf{w} \\ \text{sujeito a} & \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{w} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{x} {\geq} \mathbf{0}, \mathbf{w} {\geq} \mathbf{0}. \end{array}}$$

Mostre que, para este novo problema, a solução $(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = (\mathbf{0}, \mathbf{b})$ é, ao mesmo tempo, básica e admissível. O método simplex pode então ser usado para obter uma solução ótima $(\mathbf{x}^*, \mathbf{w}^*)$. Se $\mathbf{w}^* = \mathbf{0}$, mostre que $\mathbf{x}^*$ é uma solução básica e admissível para o programa linear inicial.

[03] Use o método simplex para resolver o programa linear abaixo.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \underset{x_1, x_2 \in \mathbb{R}}{\text{minimizar}} & 2\,x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a} & x_1 + x_2 \geq 4, \\ & x_1 + 3\,x_2 \geq 12, \\ & x_1 - x_2 \geq 0, \\ & x_1 \geq 0, \\ & x_2 \geq 0. \end{array}}$$

Texto composto em LaTeX2e, HJB, 26/01/2010.