

Pré-Cálculo

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada
Universidade Federal Fluminense

Aula 1

9 de agosto de 2010

Conteúdo do curso

- ▶ Conjuntos numéricos.
- ▶ Módulo e raízes.
- ▶ Resolução e representação geométricas das soluções de equações e inequações.
- ▶ Polinômios.
- ▶ Função real de variável real.
- ▶ Leitura gráfica.
- ▶ Trigonometria.
- ▶ Funções trigonométricas.

Apresentação do curso

Aula 1

Pré-Cálculo 2

Aula 1

Pré-Cálculo 3

Bibliografia

Iaci Malta; Sinésio Pesco; Hélio Lopes. *Cálculo a Uma Variável. Volume 1: Uma Introdução ao Cálculo*. Coleção MatMídia, Edições Loyola, Editora PUC-Rio, 2002.

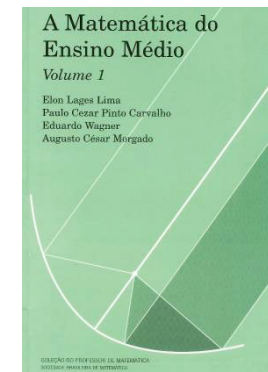


Aula 1

Pré-Cálculo 4

Bibliografia

Elon Lages Lima; Paulo Cezar Pinto Carvalho; Eduardo Wagner; Augusto César Morgado. *A Matemática do Ensino Médio. Volume 1*. Coleção do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, 2003.

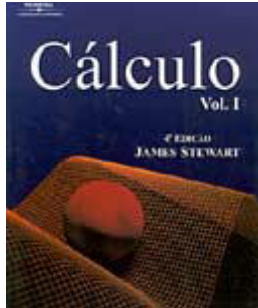


Aula 1

Pré-Cálculo 5

Bibliografia

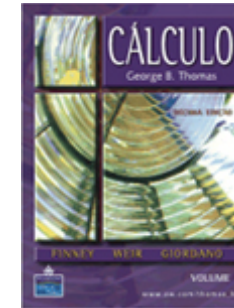
James Stewart. *Cálculo, volume 1*, Quarta edição, Editora Pioneira, 2001.



Aula 1

Bibliografia

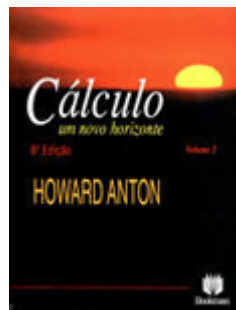
George B. Thomas. *Cálculo, volume 1*, Décima edição, Editora Addison-Wesley, 2003.



Aula 1

Bibliografia

Howard Anton. *Cálculo – Um Novo Horizonte, volume 1*, Sexta edição, Editora Bookman, 2000.



Aula 1

Outras informações

- ▶ Página WEB do curso: <http://www.professores.uff.br/hjbortol/>.
Clique no link **DISCIPLINAS** no menu à esquerda.

Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de exercícios, material extra, notas das provas.

- ▶ Não deixe de consultar os horários de monitoria no GMA.
- ▶ Vamos definir agora um horário de atendimento para esta turma.

Aula 1

Datas das provas

| | |
|-------|---------------------|
| 1ª VE | 04/10/2010 (peso 2) |
| 2ª VE | 06/12/2010 (peso 3) |
| VR | 13/12/2010 |
| VS | 17/12/2010 |

Importante:

20% do valor das VEs são testes aplicados ao longo do curso.

Frequência mínima: 75%.

Elementos de Lógica e Linguagem Matemáticas

Aula 1

Pré-Cálculo 13

O significado das palavras



linguagem do cotidiano
≠
linguagem matemática

Aula 1

Pré-Cálculo 16

Exemplo

O pai de João disse que:

Se João for aprovado no vestibular, então João terá um carro novo.

Admita que o pai de João esteja dizendo a verdade. Depois da divulgação do resultado do vestibular, João foi visto com um carro novo. **É então verdade que João foi aprovado no vestibular?**

Resposta: **não!** João poderia, por exemplo, não ter sido aprovado no vestibular e ter ganhado o carro em um sorteio.

Equívoco: na linguagem do cotidiano, é comum assumir que se a sentença

Se João for aprovado no vestibular, então João terá um carro novo.

é verdadeira, então também é verdadeira a sentença

Se João tem um carro novo, então João foi aprovado no vestibular.

Aula 1

Pré-Cálculo 14

Aula 1

Pré-Cálculo 21

Se A , então B : hipótese e tese

Se A , então B : hipótese e tese

Na sentença

Se A , então B .

A é denominada hipótese e B é denominada tese.

Exemplo:

Se m e n são inteiros pares, então o produto $m \cdot n$ é um inteiro par.

Hipótese: m e n são inteiros pares.

Tese: o produto $m \cdot n$ é um inteiro par.

Se A , então B : hipótese e tese

Na sentença

Se A , então B .

A é denominada hipótese e B é denominada tese.

Exemplo:

Se m é um inteiro múltiplo de 3, então m é um inteiro múltiplo de 9.

Hipótese: m é um inteiro múltiplo de 3.

Tese: m é um inteiro múltiplo de 9.

Se A , então B : hipótese e tese

Na sentença

Se A , então B .

A é denominada hipótese e B é denominada tese.

Exemplo:

Se m é um inteiro ímpar, então existe um inteiro k tal que $m = 2 \cdot k^2 + 1$.

Hipótese: m é um inteiro ímpar.

Tese: existe um inteiro k tal que $m = 2 \cdot k^2 + 1$.

Se A , então B : hipótese e tese

Na sentença

Se A , então B .

A é denominada **hipótese** e B é denominada **tese**.

Exemplo:

Se n é um inteiro positivo, então $n^2 + n + 41$ é um número primo.

Hipótese: n é um inteiro positivo.

Tese: $n^2 + n + 41$ é um número primo.

Se A , então B : exemplo e contraexemplo

Se A , então B : exemplo e contraexemplo

Um **exemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **satisfaz** a tese B .

Um **contraexemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **não satisfaz** a tese B .

Se m é um inteiro múltiplo de 3, então m é um inteiro múltiplo de 9.

Exemplo: $m = 18$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $m = 18$ é múltiplo de 3.
- ▶ Satisfaz a tese: $m = 18$ é múltiplo de 9.

Contraexemplo: $m = 6$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $m = 6$ é múltiplo de 3.
- ▶ Não satisfaz a tese: $m = 6$ não é múltiplo de 9.

Se A , então B : exemplo e contraexemplo

Um **exemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **satisfaz** a tese B .

Um **contraexemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **não satisfaz** a tese B .

Se m é um inteiro ímpar, então existe um inteiro k tal que $m = 2 \cdot k^2 + 1$.

Exemplo: $m = 1$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $m = 1$ é um inteiro ímpar.
- ▶ Satisfaz a tese: se $k = 0$, então $2 \cdot k^2 + 1 = 2 \cdot (0)^2 + 1 = 1 = m$.

Contraexemplo: $m = -3$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $m = -3$ é um inteiro ímpar 3.
- ▶ Não satisfaz a tese: não existe inteiro k tal que $2 \cdot k^2 + 1 = m$, pois $2 \cdot k^2 + 1 > 0$ para todo inteiro k e $m = -3 < 0$.

Se A , então B : exemplo e contraexemplo

Um **exemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **satisfaz** a tese B .

Um **contraexemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **não satisfaz** a tese B .

Se n é um inteiro positivo, então $n^2 + n + 41$ é um número primo.

Exemplo: $n = 1$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $n = 1$ é um inteiro positivo.
- ▶ Satisfaz a tese: $n^2 + n + 41 = (1)^2 + 1 + 41 = 43$ é um número primo.

Contraexemplo: $n = 40$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $n = 40$ é um inteiro positivo.
- ▶ Não satisfaz a tese: $n^2 + n + 41 = (40)^2 + 40 + 41 = 1681 = 41^2 = 41 \cdot 41$ não é um número primo.

Se A , então B : exemplo e contraexemplo

Um **exemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **satisfaz** a tese B .

Um **contraexemplo** para uma sentença “Se A , então B .” é um objeto matemático que **satisfaz** a hipótese A e **não satisfaz** a tese B .

Se m e n são inteiros pares, então o produto $m \cdot n$ é um inteiro par.

Exemplo: $m = 2$ e $n = 2$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $m = 2$ e $n = 2$ são inteiros pares.
- ▶ Satisfaz a tese: $m \cdot n = (2) \cdot (2) = 4$ é um inteiro par.

Contraexemplo: não existe, pois todo objeto que satisfaz a hipótese, **obrigatoriamente** também irá satisfazer a tese. De fato: se m e n satisfazem a hipótese, então m e n são inteiros pares. Mas o produto de inteiros pares é inteiro par. Logo, $m \cdot n$ é inteiro par e satisfaz a tese.

Se A , então B : verdadeira ou falsa?

Regras do Jogo

Com relação a uma sentença da forma “Se A , então B .”:

- (1) Ela possui um e somente um dos atributos: **verdadeira** e **falsa**.
- (2) Ela é verdadeira se não possui contraexemplos.
- (3) Ela é falsa se possui pelo menos um contraexemplo.
- (4) **(Demonstração por absurdo)** Se ao admitirmos que ela possui um determinado atributo (**verdadeira** ou **falsa**, respectivamente), chegamos à uma contradição da regra (1), devemos concluir que o atributo correto é o outro (**falsa** ou **verdadeira**, respectivamente).

Se A , então B : verdadeira ou falsa?

Se m é um inteiro múltiplo de 3, então m é um inteiro múltiplo de 9.

Contraexemplo: $m = 6$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $m = 6$ é múltiplo de 3.
- ▶ Não satisfaz a tese: $m = 6$ não é múltiplo de 9.

Logo a sentença (proposição) é **falsa!**

Se A , então B : verdadeira ou falsa?

Se m é um inteiro ímpar, então existe um inteiro k tal que $m = 2 \cdot k^2 + 1$.

Contraexemplo: $m = -3$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $m = -3$ é um inteiro ímpar 3.
- ▶ Não satisfaz a tese: não existe inteiro k tal que $2 \cdot k^2 + 1 = m$, pois $2 \cdot k^2 + 1 > 0$ para todo inteiro k e $m = -3 < 0$.

Logo a sentença (proposição) é **falsa!**

Se A , então B : verdadeira ou falsa?

Se n é um inteiro positivo, então $n^2 + n + 41$ é um número primo.

Contraexemplo: $n = 40$.

- ▶ Satisfaz a hipótese: $n = 40$ é um inteiro positivo.
- ▶ Não satisfaz a tese:
 $n^2 + n + 41 = (40)^2 + 40 + 41 = 1681 = 41^2 = 41 \cdot 41$ não é um número primo.

Logo a sentença (proposição) é **falsa!**

Se A , então B : verdadeira ou falsa?

Se m e n são inteiros pares, então o produto $m \cdot n$ é um inteiro par.

Contraexemplo: não existe, pois todo objeto que satisfaz a hipótese, **obrigatoriamente** também irá satisfazer a tese. De fato: se m e n satisfazem a hipótese, então m e n são inteiros pares. Mas o produto de inteiros pares é inteiro par. Logo, $m \cdot n$ é inteiro par e satisfaz a tese.

Logo a sentença (proposição) é **verdadeira!**

A recíproca de “Se A , então B .”

A recíproca de “Se A , então B .”

A **recíproca** de uma sentença na forma

Se A , então B .

é a sentença

Se B , então A .

Sentença: se m é um inteiro múltiplo de 3, então m é um inteiro múltiplo de 9.
(a sentença é falsa)

Recíproca: se m é um inteiro múltiplo de 9, então m é um inteiro múltiplo de 3.
(a recíproca é verdadeira: prove!)

A recíproca de “Se A , então B .”

A **recíproca** de uma sentença na forma

Se A , então B .

é a sentença

Se B , então A .

Sentença: se m é um inteiro ímpar, então existe um inteiro k tal que $m = 2 \cdot k^2 + 1$.
(a sentença é falsa)

Recíproca: se existe um inteiro k tal que $m = 2 \cdot k^2 + 1$, então m é um inteiro ímpar.
(a recíproca é verdadeira: prove!)

A recíproca de “Se A , então B .”

A **recíproca** de uma sentença na forma

Se A , então B .

é a sentença

Se B , então A .

Sentença: se m e n são inteiros pares, então o produto $m \cdot n$ é um inteiro par.
(a sentença é verdadeira)

Recíproca: se o produto $m \cdot n$ é um inteiro par, então m e n são inteiros pares.
(a recíproca é falsa: prove!)